

EL MOVIMIENTO I.- CINEMÁTICA

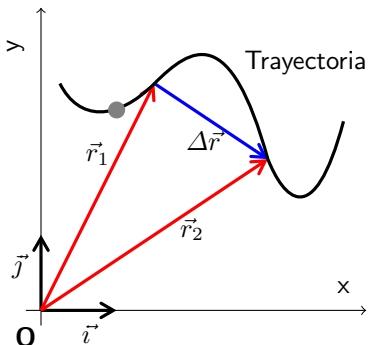
Movimientos Rectilíneos y Circulares

Prof. Jorge Rojo Carrascosa

www.profesorjrc.es

Elementos para describir el movimiento

- 1 Sistema de Referencia (inerciales o no) \implies Ejes cartesianos
- 2 **Vector** de posición, $\vec{r} = \vec{r}(t) \rightarrow \vec{r}(t) = (x(t)\vec{i}, y(t)\vec{j}, z(t)\vec{k})$
- 3 **Vector** desplazamiento, $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
- 4 Trayectoria, $\sum_i \vec{r}_i$
- 5 Distancia o espacio recorrido, $[s] = L = m$



$$\text{Velocidad, } [v] = \frac{L}{T} = \frac{m}{s}$$

Velocidad Media

Es una magnitud **vectorial** que expresa el desplazamiento que experimenta un móvil en la unidad de tiempo, tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento.

$$\vec{v}_m = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{intervalo tiempo}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

Velocidad Instantánea

Magnitud **vectorial** que mide la rapidez con la que se produce el movimiento en un instante dado. La dirección es siempre tangente a la trayectoria y su sentido coincide con el del movimiento.

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \rightarrow \vec{v}(t) = (v_x(t), v_y(t), v_z(t))$$

$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$\text{Aceleración, } [a] = \frac{L}{T^2} = \frac{m}{s^2}$$

Aceleración Media

Es la magnitud **vectorial** que mide la rapidez con la que cambia de velocidad un móvil en un intervalo de tiempo.

$$\vec{a}_m = \frac{\text{intervalo velocidad}}{\text{intervalo tiempo}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Aceleración Instantánea

Es la magnitud **vectorial** que mide la rapidez con la que cambia de velocidad un móvil (en valor y en dirección) y la dirección en la que se produce ese cambio.

$$\vec{a}_i = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2r(t)}{dt^2} \rightarrow \vec{a}(t) = (a_x(t), a_y(t), a_z(t))$$

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Componentes intrínsecas de la aceleración

En un punto dado de un movimiento, $\vec{v} = v\vec{u}_T$ y la aceleración,

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv\vec{u}_T}{dt} = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N + \frac{dv}{dt}\vec{u}_T \Rightarrow a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

Aceleración Tangencial

La aceleración tangencial da cuenta del cambio en el módulo de la velocidad

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

Aceleración normal

La aceleración normal da cuenta del cambio de dirección en la velocidad

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

Donde R es el radio de la curva y v el módulo de la velocidad.

Movimientos de especial interés

- **RECTILÍNEOS** (Trayectoria es una recta)
 - Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)
 - Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA)
 - Caída libre / Tiro vertical
- **CIRCULARES** (Trayectoria es una circunferencia)
 - Movimiento Circular Uniforme, (MCU)
 - Movimiento Circular Uniformemente Acelerado, (MCUA)

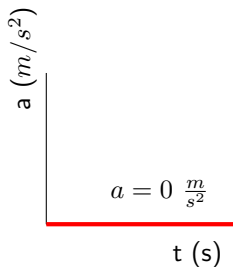
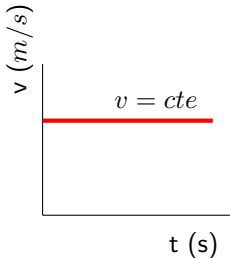
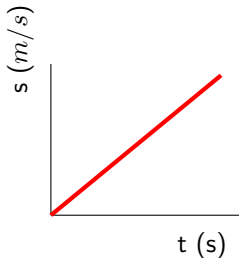
Movimiento Rectilíneo uniforme (MRU)

- Trayectoria a lo largo de una recta
- Si no existe cambio de sentido \Rightarrow desplazamiento=espacio recorrido
- No existe aceleración, $a = 0 \text{ m/s}^2$
- La velocidad se mantiene constante, $v_m = v_i \neq 0$

ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO

$$s_t = s_0 + vt$$

DIAGRAMAS DEL MOVIMIENTO



Movimiento Rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

- Trayectoria a lo largo de una recta
- La velocidad varía a lo largo de la trayectoria, $v \neq cte$
- La aceleración se mantiene constante, $a_m = a_i \neq 0$

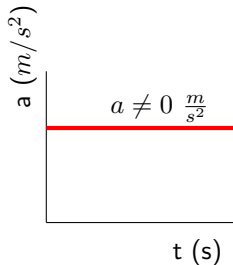
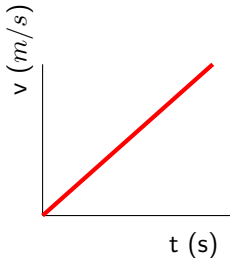
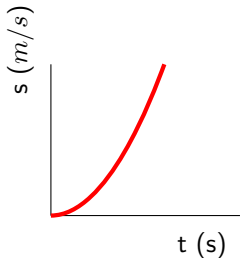
ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

$$v_t = v_0 + at$$

$$s_t = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v_t^2 = v_0^2 + 2a(s_t - s_0)$$

DIAGRAMAS DEL MOVIMIENTO



- Trayectoria a lo largo de una recta, eje y.
- Se desprecia la acción por rozamiento con el aire
- La velocidad es positiva si el cuerpo sube (tiro vertical) y negativa si el cuerpo baja (caída libre).
- La aceleración se mantiene constante. Es la aceleración de la gravedad, $g = -9,8 \frac{m}{s^2}$. LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD SIEMPRE ES NEGATIVA.

ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

$$v_t = v_0 + gt$$

$$h_t = h_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_t^2 = v_0^2 + 2g(h_t - h_0)$$

Espacio Angular, φ , $[\varphi] = \text{radianes}$

La trayectoria es una circunferencia (radio R), \implies **ángulos**

$$\varphi = \frac{s}{R} \implies s = \varphi R$$

Velocidad Angular, ω , $[\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ o rpm

Se define como el ángulo recorrido en la unidad de tiempo

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \implies v = \omega R$$

Aceleración Angular, α , $[\alpha] = \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

Consecuencia del cambio de la velocidad angular, ω , en el movimiento

Movimiento Circular Uniforme, (MCU)

- La trayectoria es una circunferencia de radio R .
- La velocidad angular es constante
- Solo existe aceleración normal, $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
- Se define el periodo como T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v}$$

- Se define la frecuencia como f

$$f = \frac{1}{T}$$

ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t \quad \implies \quad s = s_0 + vt$$

Movimiento Circular Uniformemente Acelerado, (MCUA)

- La trayectoria es una circunferencia de radio R .
- La velocidad angular **no** es constante
- Existe aceleración angular constante, α
- Aparecen las dos componentes intrínsecas de la aceleración,

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad a_t = \alpha R$$

ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

$$\omega_t = \omega_0 + \alpha t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega_t^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\varphi - \varphi_0)$$