

MÉTODOS MATEMÁTICOS PARA FÍSICA

Prof. Jorge Rojo Carrascosa

10 de septiembre de 2016

Operación matemática que sustituye a las reglas de tres mediante producto de funciones **unitarias**.

1 Cambios de unidades

$$100 \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1 \cancel{h}}{3600 s} \cdot \frac{1000 m}{1 \cancel{km}} = 27,78 \frac{m}{s}$$

2 Relaciones entre dimensiones *Comprobar si es dimensionalmente correcta la expresión que nos proporciona el periodo de un péndulo simple.*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow [T] = 2\pi \sqrt{\frac{\cancel{m}}{\frac{\cancel{m}}{s^2}}} \Rightarrow [T] = s$$

- 1 **MODULO:** Longitud del vector. $|\vec{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- 2 **DIRECCIÓN:** Viene dado por la recta que pasa por AB.
- 3 **SENTIDO:** El recorrido de la recta. $A \rightarrow B$ o de $B \rightarrow A$.

PROPIEDADES

- 1 **Suma de vectores libres**

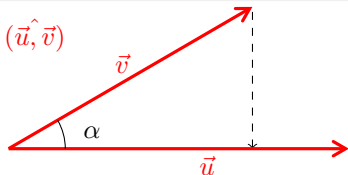
$$\vec{w} = (\vec{u} \pm \vec{v}) = ((u_x \pm v_x)\vec{i}, (u_y \pm v_y)\vec{j})$$

- 2 **Producto de un número real por un vector**

$$\vec{w} = k \vec{u} = (k u_x \vec{i}, k u_y \vec{j})$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$$

$$\alpha = (\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$$



$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u}_x \vec{v}_x + \vec{u}_y \vec{v}_y$$

- 1 Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ los vectores son perpendiculares o uno nulo.

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1 \quad \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{i} = 0$$

- 2 El producto escalar es conmutativo

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u} \quad \vec{u} \cdot \vec{u} = |\vec{u}|^2 = u^2$$

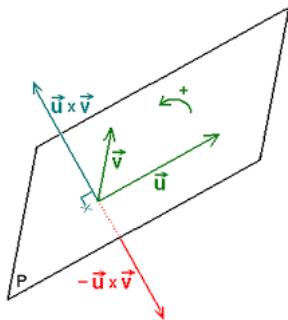
- 3 La proyección del \vec{v} sobre el \vec{u} es

$$\text{proy}(\vec{v}, \vec{u}) = |\vec{v}| \cos \alpha$$

- 4 El resultado del producto escalar es un número.

Vectores III - Producto Vectorial

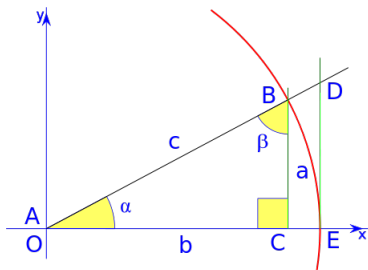
$$\vec{u} \times \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \sin(\hat{u}, \hat{v})$$



$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_y & u_z \\ v_y & v_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} u_x & u_z \\ v_x & v_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{vmatrix} \vec{k}$$

- 1 Si $\vec{u} \times \vec{v} = 0$ los vectores son paralelos.
- 2 El producto vectorial es anticonmutativo. $\vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u})$
- 3 El resultado del producto vectorial es un vector.

Trigonometría



$$\sin \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{\sin}{\cos} = \frac{a}{b}$$

Ecuación fundamental de la trigonometría

$$a^2 + b^2 = h^2 \rightarrow \boxed{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1}$$

$$\boxed{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \operatorname{sec}^2 \alpha}$$

$$\boxed{1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha}$$

Complementarios

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{cotg}(90^\circ - \alpha)$$

Suplementarios

$$\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$$

- Razones del ángulo doble

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

- Razones de adición

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

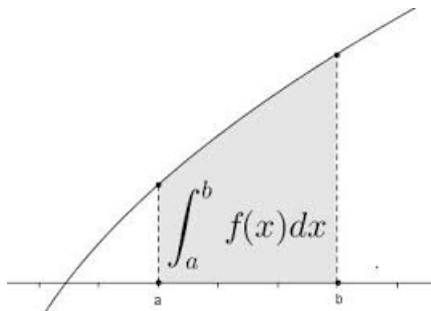
- Razones de sumas en productos

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$



Cuando tenemos dos funciones reales definidas en un mismo dominio, f y F , se dice que F es una función primitiva de f , si F tiene por derivada f .

$$F'(x) = f(x)$$

Ejemplo de integrales

$$\int ax^n dx = a \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \sin(x) dx = -\cos(x) + C$$