transparent

MÉTODOS MATEMÁTICOS PARA FÍSICA

Prof. Jorge Rojo Carrascosa

www.profesorjrc.es

Factores de Conversión

Operación matemática que sustituye a las reglas de tres mediante producto de funciones **unitarias**.

1. Cambios de unidades

$$100\ \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} = 27,78\ \frac{m}{s}$$

2. Relaciones entre dimensiones *Comprobar si es dimensionalmente correcta la expresión que nos proporciona el periodo de un péndulo simple.*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow [T] = 2\pi\sqrt{\frac{\cancel{m}}{\frac{\cancel{m}}{s^2}}} \Rightarrow [T] = s$$

1. **MODULO**: Longitud del vector. $|\vec{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2}$
2. **DIRECCIÓN**: Viene dado por la recta que pasa por AB.
3. **SENTIDO**: El recorrido de la recta. $A \rightarrow B$ o de $B \rightarrow A$.

PROPIEDADES

1. **Suma de vectores libres**

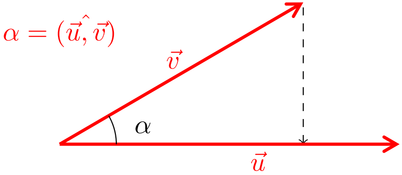
$$\vec{w} = (\vec{u} \pm \vec{v}) = ((u_x \pm v_x)\vec{i}, (u_y \pm v_y)\vec{j})$$

2. **Producto de un número real por un vector**

$$\vec{w} = k\ \vec{u} = (k\ u_x\vec{i}, k\ u_y\vec{j})$$

Vectores II - Producto Escalar

$$\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos(\widehat{\vec{u},\vec{v}})}$$



$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \vec{u}_x\vec{v}_x + \vec{u}_y\vec{v}_y$$

1. **Si $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$ los vectores son perpendiculares o uno nulo.**

$$\vec{\imath}\cdot\vec{\imath} = \vec{\jmath}\cdot\vec{\jmath} = \vec{k}\cdot\vec{k} = 1 \qquad \vec{\imath}\cdot\vec{\jmath} = \vec{\jmath}\cdot\vec{k} = \vec{\imath}\cdot\vec{k} = 0$$

2. **El producto escalar es conmutativo**

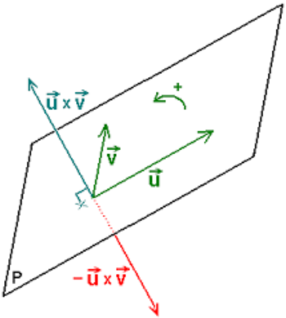
$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\vec{u} \qquad \vec{u}\cdot\vec{u} = |\vec{u}|^2 = u^2$$

3. **La proyección del $\vec{v}$ sobre el $\vec{u}$ es**

$$proy(\vec{v},\vec{u}) = |\vec{v}|\cos\alpha$$

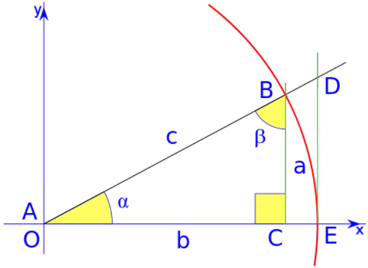
4. **El resultado del producto escalar es un número.**

$$\boxed{\vec{u} \times \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \sin(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})}$$



$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_y & u_z \\ v_y & v_z \end{vmatrix} \vec{\imath} - \begin{vmatrix} u_x & u_z \\ v_x & v_z \end{vmatrix} \vec{\jmath} + \begin{vmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{vmatrix} \vec{k}$$

1. **Si $\vec{u} \times \vec{v} = 0$ los vectores son paralelos.**
2. **El producto vectorial es anticonmutativo.** $\vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u})$
3. **El resultado del producto vectorial es un vector.**



$$\boxed{\sin\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{c}}$$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{cateto\ contiguo}{hipotenusa} = \frac{b}{c}}$$

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ contiguo} = \frac{\sin}{\cos} = \frac{a}{b}}$$

Ecuación fundamental de la trigonometría

$$a^2 + b^2 = h^2 \rightarrow \boxed{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$$

$$\boxed{1+\mathrm{tg}^2\,\alpha = \sec^2\alpha} \qquad \boxed{1+\mathrm{cotg}^2\,\alpha = \mathrm{cosec}^2\,\alpha}$$

Complementarios	**Suplementarios**
$\sin\alpha = \cos(90° - \alpha)$	$\sin\alpha = \sin(180° - \alpha)$
$\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$	$\cos\alpha = -\cos(180° - \alpha)$
$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{cotg}(90° - \alpha)$	$\operatorname{tg}\alpha = -\operatorname{tg}(180° - \alpha)$

- **Razones del ángulo doble**

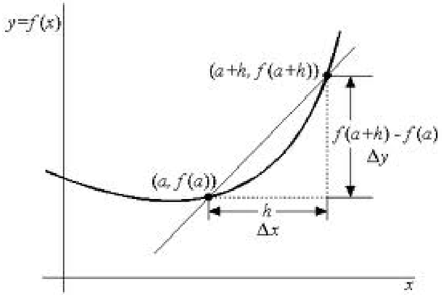
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

- **Razones de adición**

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

- **Razones de sumas en productos**

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\tfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\tfrac{\alpha-\beta}{2} \qquad \sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\tfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\tfrac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\tfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\tfrac{\alpha-\beta}{2} \qquad \cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\tfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\tfrac{\alpha-\beta}{2}$$



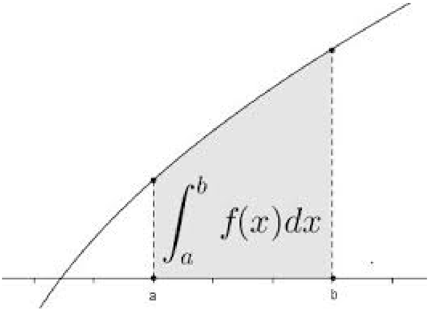
La derivada de una función mide la rapidez con la que una función crece o decrece.

$$\boxed{f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}}$$

Aplicando la definición a los distintos tipos de funciones se observa una regla para cada tipo de funciones.

$$\boxed{f(t) = at^n \;\Rightarrow\; f'(t) = ant^{n-1}}$$

$$\boxed{f(t) = \sin(t) \;\Rightarrow\; f'(t) = \cos(t)}$$



Ejemplo de integrales

Cuando tenemos dos funciones reales definidas en un mismo dominio, f y F, se dice que F es una función primitiva de f, si F tiene por derivada f.

$$F'(x) = f(x)$$

$$\int ax^n dx = a\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \sin(x)dx = -\cos(x) + C$$