transparent

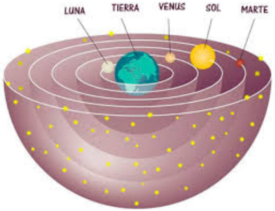
www.profesorjrc.es

INTERACCIÓN GRAVITATORIA. CAMPO GRAVITATORIO

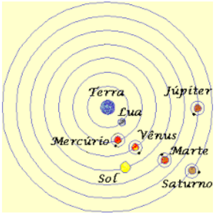
Prof. Jorge Rojo Carrascosa

10 de octubre de 2016

- **MODELO GEOCÉNTRICO**
  - Eudoxo, Aritoteles,. . .
  - Claudio Ptolomeo (S. II) $\Rightarrow$ *Almagesto*



Modelo geocéntrico



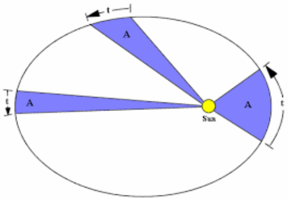
Órbitas deferentes

- **MODELO HELIOCÉNTRICO**
  - Nicolas Copernico (S. XVI) $\Rightarrow$ *Sobre las revoluciones de los cuerpos celestes*
  - Galileo
  - Kepler, Newton, Einstein, . . .

Las Leyes de Kepler

1. **LEY DE LAS ÓRBITAS** Los planetas describen órbitas elípticas alrededor del Sol, estando éste, en uno de sus focos.
2. **LEY DE LAS ÁREAS** El radio vector dirigido desde el Sol a los planetas, barre áreas iguales de la elipse en tiempos iguales.

$$v_a = \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}r^2\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}r^2\omega = cte$$



3. **LEY DE LOS PERIÓDOS** Los cuadrados del periódo de revolución de los planetas alrededor del Sol son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores, o radios medios, de sus órbitas.

$$\mathsf{T}^2 = ka^3$$

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_{12}} \qquad [F] = N$$

- $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$ ⇒ Cavendish.
- Caracter atractivo. Actua por parejas ⇒ $F_{12} = -F_{21}$.
- Principio de superposición ⇒ $F_T = \sum F_i$.
- Fuerza central ⇒ Fuerza conservativa (1ª y 2ª Ley de Kepler):

$$\vec{M} = 0 \Rightarrow \vec{L} = cte \Rightarrow v_a = \frac{1}{2}\frac{\vec{L}}{m} \Rightarrow r_1 v_1 \sin\theta_1 = r_2 v_2 \sin\theta_2$$

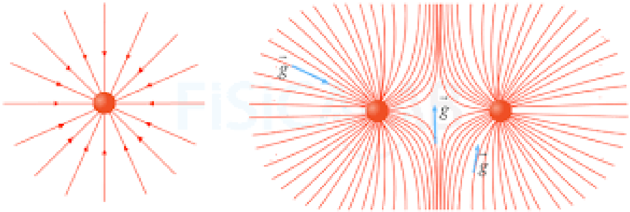
JUSTIFICACIÓN DE LA 3ª LEY DE KEPLER

$$F_g = F_c \Rightarrow G\frac{M_s m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\boxed{T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_s}\right) r^3}$$

$$\boxed{\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m_2} = -G\frac{m_1}{r^2}\vec{u}_r} \qquad [g] = N kg^{-1}$$

- Campo de fuerzas vectorial $\Rightarrow$ Lineas de fuerza.



- Campo conservativo $\Rightarrow$ Principio de superposición $\Rightarrow$ $g_T = \sum g_i$.

CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE

Interior tierra

$$\vec{g} = -G\frac{M_T}{R_T^2} r \ \vec{u}_r$$

Exterior a la Tierra

$$\vec{g} = -G\frac{M_T}{(R_T+h)^2} \ \vec{u}_r$$

Energía potencial gravitatoria y Potencial

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

$$\boxed{E_p = -G\frac{m_1 m_2}{r}} \qquad [E_p] = J$$

- Magnitud escalar **siempre negativa**.
- Nula en el infinito.
- $E_{pT}(A) = \sum E_{pi}(A)$

POTENCIAL GRAVITATORIO

$$\boxed{V = \frac{E_p}{m_2} = -G\frac{m_1}{r}} \qquad [V] = \frac{J}{kg}$$

- Magnitud escalar **siempre negativa**.
- Superficie equipotencial $\Rightarrow \;\; W = 0$.
- $V_T(A) = \sum V_i(A)$

TRABAJO EN EL CAMPO GRAVITATORIO

$$\boxed{W_{i \to f} = \int_i^f \vec{F} d\vec{r} = -(E_p(f) - E_p(i)) = -\Delta E_p}$$

- Si $r_f < r_i \;\Rightarrow\; W_{i \to f} > 0$
- Si $r_f > r_i \;\Rightarrow\; W_{i \to f} < 0$

DIFERENCIA DE POTENCIAL GRAVITATORIO

$$\boxed{W_{i \to f} = -m\Delta V = -m(V_f - V_i)}$$

- Si $r_f < r_i \;\Rightarrow\; W_{i \to f} > 0$
- Si $r_f > r_i \;\Rightarrow\; W_{i \to f} < 0$

VELOCIDAD DE ESCAPE (velocidad mínima)

$$E_m(1) = E_m(2) \Rightarrow E_m(2) = 0 \quad ; \quad \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R} = 0$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}}$$

ENERGÍA DE SATELIZACIÓN, $E_{c0} = E_{sat}$

$$E_{c0} + E_{p0} = E_{orbita} \Rightarrow E_{c0} - G\frac{Mm}{R} = -G\frac{Mm}{2r}$$

$$\boxed{E_{sat} = GMm\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2r}\right)}$$

CAMBIO DE ÓRBITA

$$W = (E_c + E_p)_f - (E_c + E_p)_i$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}GM_Tm\left(\frac{1}{(R_T + h_i)} - \frac{1}{(R_T + h_f)}\right)}$$

SATELITES. TIPOS DE ORBITAS.

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{r}$$

- Órbita cerrada (Elipse o circular, $E_T < 0$)

$$\boxed{E_m = -\frac{GMm}{2r} = \frac{E_p}{2}}$$

$$\textcolor{blue}{Velocidad\ Orbital} \;\Rightarrow\; F_G = F_c \Rightarrow \boxed{v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r}}}$$

- Órbita cerrada (Parábola, $E_T = 0 \;\Rightarrow E_c = E_p$)
- Órbita abierta (Hipérbola, $E_T > 0$)