

INTERACCIÓN GRAVITATORIA

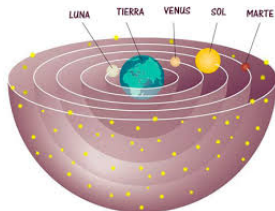
CAMPO GRAVITATORIO

Prof. Jorge Rojo Carrascosa

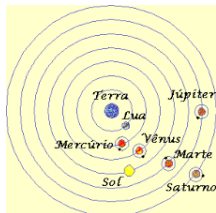
www.profesorjrc.es

● MODELO GEOCÉNTRICO

- Eudoxo, Aritoteles, ...
- Claudio Ptolomeo (S. II) ⇒ *Almagesto*



Modelo geocéntrico



Órbitas deferentes

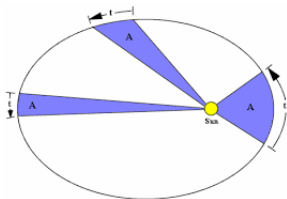
● MODELO HELIOCÉNTRICO

- Nicolas Copernico (S. XVI) ⇒ *Sobre las revoluciones de los cuerpos celestes*
- Galileo
- Kepler, Newton, Einstein, ...

Las Leyes de Kepler

- 1 **LEY DE LAS ÓRBITAS** Los planetas describen órbitas elípticas alrededor del Sol, estando éste, en uno de sus focos.
- 2 **LEY DE LAS ÁREAS** El radio vector dirigido desde el Sol a los planetas, barre áreas iguales de la elipse en tiempos iguales.

$$v_a = \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}r^2\omega = cte$$



- 3 **LEY DE LOS PERIÓDOS** Los cuadrados del período de revolución de los planetas alrededor del Sol son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores, o radios medios, de sus órbitas.

$$T^2 = ka^3$$

Ley de la Gravitación Universal \Rightarrow Newton.

$$\boxed{F_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_{12}} \quad [F] = N$$

- $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \Rightarrow$ Cavendish.
- Caracter atractivo. Actua por parejas $\Rightarrow F_{12} = -F_{21}$.
- Principio de superposición $\Rightarrow F_T = \sum F_i$.
- Fuerza central \Rightarrow Fuerza conservativa (1ª y 2ª Ley de Kepler):

$$M = 0 \Rightarrow L = cte \Rightarrow v_a = \frac{1}{2} \frac{L}{m} \Rightarrow r_1 v_1 \sin \theta_1 = r_2 v_2 \sin \theta_2$$

JUSTIFICACIÓN DE LA 3ª LEY DE KEPLER

$$F_g = F_c \Rightarrow G \frac{M_s m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\boxed{T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_s} \right) r^3}$$

Campo Gravitatorio

$$\vec{g} = \frac{F}{m_2} = -G \frac{m_1}{r^2} \vec{u}_r \quad [g] = Nkg^{-1}$$

- Campo de fuerzas vectorial \Rightarrow Lineas de fuerza.



- Campo conservativo \Rightarrow Principio de superposición $\Rightarrow g_T = \sum g_i$.

CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE

Interior tierra

$$\vec{g} = -G \frac{M_T}{R_T^2} r \vec{u}_r$$

Exterior a la Tierra

$$\vec{g} = -G \frac{M_T}{(R_T+h)^2} \vec{u}_r$$

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

$$E_p = -G \frac{m_1 m_2}{r} \quad [E_p] = J$$

- Magnitud escalar **siempre negativa**.
- Nula en el infinito.
- $E_{pT}(A) = \sum E_{pi}(A)$

POTENCIAL GRAVITATORIO

$$V = \frac{E_p}{m_2} = -G \frac{m_1}{r} \quad [V] = \frac{J}{kg}$$

- Magnitud escalar **siempre negativa**.
- Superficie equipotencial $\Rightarrow W = 0$.
- $V_T(A) = \sum V_i(A)$

TRABAJO EN EL CAMPO GRAVITATORIO

$$W_{i \rightarrow f} = \int_i^f \mathbf{F} d\vec{r} = -(E_p(f) - E_p(i)) = -\Delta E_p$$

- Si $r_f < r_i \Rightarrow W_{i \rightarrow f} > 0$
- Si $r_f > r_i \Rightarrow W_{i \rightarrow f} < 0$

DIFERENCIA DE POTENCIAL GRAVITATORIO

$$W_{i \rightarrow f} = -m\Delta V = -m(V_f - V_i)$$

- Si $r_f < r_i \Rightarrow W_{i \rightarrow f} > 0$
- Si $r_f > r_i \Rightarrow W_{i \rightarrow f} < 0$

VELOCIDAD DE ESCAPE (velocidad mínima)

$$E_m(1) = E_m(2) \Rightarrow E_m(2) = 0 \quad ; \quad \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R} = 0$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}$$

ENERGÍA DE SATELIZACIÓN, $E_{c0} = E_{sat}$

$$E_{c0} + E_{p0} = E_{orbita} \Rightarrow E_{c0} - G\frac{Mm}{R} = -G\frac{Mm}{2r}$$

$$E_{sat} = GMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2r} \right)$$

CAMBIO DE ÓRBITA

$$W = (E_c + E_p)_f - (E_c + E_p)_i$$

$$W = \frac{1}{2}GM_Tm \left(\frac{1}{(R_T + h_i)} - \frac{1}{(R_T + h_f)} \right)$$

SATELITES. TIPOS DE ORBITAS.

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{r}$$

- Órbita cerrada (Elipse o circular, $E_T < 0$)

$$E_m = -\frac{GMm}{2r} = \frac{E_p}{2}$$

$$\textit{Velocidad Orbital} \Rightarrow F_G = F_c \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

- Órbita cerrada (Parábola, $E_T = 0 \Rightarrow E_c = E_p$)
- Órbita abierta (Hipérbola, $E_T > 0$)