

# Capítulo 1

## SEMINARIO INTERACCIÓN GRAVITATORIA

1. La masa de la Luna es 0,012 veces la masa de la Tierra, el radio lunar es 0,27 veces el radio de la Tierra y la distancia media entre sus centros es 60,3 radios terrestres.
  - a) Calcule la gravedad en la superficie lunar.
  - b) ¿En qué punto intermedio entre la Tierra y la Luna se equilibran las fuerzas que ambas ejercen sobre un cuerpo de masa  $m$ ? Realice un esquema ilustrativo de las fuerzas.

Dato:  $g_T = 9,8 \frac{m}{s^2}$

2. Ganímedes es un satélite que gira alrededor de Jupiter a una distancia de  $1,07 \cdot 10^9$  m con un período de 7,154 días. Calcule la masa de Jupiter. Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$
3. Calcule el radio de la órbita de un satélite geoestacionario y su velocidad orbital. Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$ ,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} kg$
4. Dos satélites A y B, giran alrededor de un planeta siguiendo órbitas circulares de radios  $2 \cdot 10^8$  y  $8 \cdot 10^8$  m respectivamente. Calcule la relación entre sus velocidades tangenciales respectivas.
5. En tres vértices de un cuadrado de 4 metros de lado, se encuentran tres masas puntuales de 100, 200 y 300 kg, respectivamente. Calcule la intensidad de campo gravitatorio en el vértice libre. Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$
6. Dos masas de 150 kg están situadas en A(0,0) y B(12,0), con medidas en metros.

- a) Calcula el valor campo y el potencial gravitatorio en C(6,0) y D(6,8).  
b) Si una masa de 2 kg posee en el punto D una velocidad de  $(-1, 0 \cdot 10^{-4} \vec{j})$   $ms^{-1}$ , calcula su velocidad en el punto C. ¿Qué tipo de movimiento lleva?

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

7. Calcula la velocidad de lanzamiento de los satélites geoestacionarios, que orbitan con radio  $4,23 \cdot 10^7$  m. Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$ ,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} kg$ ,  $R_T = 6370 km$
8. (J16) El planeta Marte, en su movimiento alrededor del Sol, describe una órbita elíptica. El punto de la órbita más cercano al Sol, perihelio, se encuentra a  $206,7 \cdot 10^6 km$ , mientras que el punto de la órbita más alejado del Sol, afelio, está a  $249,2 \cdot 10^6 km$ . Si la velocidad de Marte en el perihelio es de  $26,50 kms^{-1}$ , determine:
- a) La velocidad de Marte en el afelio. gravitatorio en su superficie de  $3,7 N/kg$ .  
b) La energía mecánica total de Marte en el afelio.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$ ,  $M_M = 6,42 \cdot 10^{23} kg$ ,  $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} kg$

9. (J16) Un astronauta utiliza un muelle de constante elástica  $k = 327N^{-1}$  para determinar la aceleración de la gravedad en la Tierra y en Marte. El astronauta coloca en posición vertical el muelle y cuelga de uno de sus extremos una masa de 1 kg hasta alcanzar el equilibrio. Observa que en la superficie de la Tierra el muelle se alarga 3 cm y en la de Marte sólo 1,13 cm.
- a) Si el astronauta tiene una masa de 90 kg, determine la masa adicional que debe añadirse para que su peso en Marte sea igual al de la Tierra.  
b) Calcule la masa de la Tierra suponiendo que sea esférica.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$ ,  $R_T = 6370 km$

10. (M16) Titania, satélite del planeta Urano, describe una órbita circular en torno al planeta. Las aceleraciones de la gravedad en la superficies de Urano y de Titania son  $g_U = 8,69ms^{-2}$  y  $g_T = 0,37ms^{-2}$ , respectivamente. Un haz de luz emitido desde la superficie de Urano tarda 1,366 s en llegar a la superficie de Titania. Determine:
- a) El radio de la órbita de Titania alrededor de Urano (distancia entre los centros de ambos cuerpos).

- b) El tiempo que tarda Titania en dar una vuelta completa alrededor de Urano, expresado en días terrestres.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ ,  $M_U = 8,69 \cdot 10^{25} \text{ kg}$ ,  $M_T = 3,53 \cdot 10^{21} \text{ kg}$

11. (M16) Un cierto planeta esférico tiene de masa el doble de la masa de la Tierra, y la longitud de su circunferencia ecuatorial mide la mitad de la de la Tierra. Calcule:
- La relación que existe entre la velocidad de escape en la superficie de dicho planeta con respecto a la velocidad de escape en la superficie de la Tierra.
  - La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta.

Dato:  $g_T = 9,81 \text{ ms}^{-2}$

12. (S15) Una nave espacial aterriza en un planeta desconocido. Tras varias mediciones se observa que el planeta tiene forma esférica, la longitud de su circunferencia ecuatorial mide  $2 \cdot 10^5 \text{ km}$  y la aceleración de la gravedad en su superficie vale  $3\text{ms}^{-2}$ .
- ¿Qué masa tiene el planeta?
  - Si la nave se coloca en una órbita circular a 30.000 km sobre la superficie del planeta, ¿cuántas horas tardará en dar una vuelta completa al mismo?

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

13. (S15) El radio de uno de los asteroides, de forma esférica, perteneciente a los anillos de Saturno es de 5 km. Suponiendo que la densidad de dicho asteroide es uniforme y de valor  $5,5\text{gcm}^{-3}$ , calcule:
- La aceleración de la gravedad en su superficie.
  - La velocidad de escape desde la superficie del asteroide.

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

14. (J15) Se quiere situar un satélite de masa,  $m = 10^3 \text{ kg}$ , a una altura  $h = R_T$ , respecto de la superficie de la Tierra. Determine:
- La energía cinética mínima requerida para situar el satélite a la altura  $h = R_T$
  - La energía cinética adicional requerida para que se mantenga en órbita circular a dicha altura.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

15. (J15) En la superficie de un planeta esférico, de radio  $2R_T$  ( $R_T$  radio de la Tierra), la aceleración de la gravedad es idéntica a la que se mide en la superficie terrestre.
- Determine la masa del planeta en función de la masa de la Tierra.
  - Compare las energías mínimas necesarias para situar un objeto a una altura  $h = R_T$ , desde la superficie de la Tierra y desde la superficie de dicho planeta
16. (J15) Dos lunas que orbitan alrededor de un planeta desconocido, describen órbitas circulares concéntricas con el planeta y tienen periodos orbitales de 42 h y 171,6 h. A través de la observación directa, se sabe que el diámetro de la órbita que describe la luna más alejada del planeta es de  $2,14 \cdot 10^6 \text{ km}$ . Despreciando el efecto gravitatorio de una luna sobre otra, determine:
- La velocidad orbital de la luna exterior y el radio de la órbita de la luna interior.
  - La masa del planeta y la aceleración de la gravedad sobre su superficie si tiene un diámetro de  $2,4 \cdot 10^4 \text{ km}$ .

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

17. (J15) Un cuerpo esférico de densidad uniforme con diámetro  $6,0 \cdot 10^5 \text{ km}$  presenta una aceleración de la gravedad sobre su superficie de  $125 \text{ ms}^{-1}$ .
- Determine la masa de dicho cuerpo.
  - Si un objeto describe una órbita circular concéntrica con el cuerpo esférico y un periodo de 12 h, ¿cuál será el radio de dicha órbita?

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

18. (M15) Dos planetas, A y B, tienen el mismo radio. La aceleración gravitatoria en la superficie del planeta A es tres veces superior a la aceleración gravitatoria en la superficie del planeta B. Calcule:
- La relación entre las densidades de los dos planetas.
  - La velocidad de escape desde la superficie del planeta B si se sabe que la velocidad de escape desde la superficie del planeta A es de  $2 \text{ km/s}$ .
19. (M15) Un planeta de igual masa que la Tierra, describe una órbita circular de radio  $R$ , de un año terrestre de duración, alrededor de una estrella de masa  $M$  tres veces superior a la del Sol.

- a) Obtenga la relación entre: el radio  $R$  de la órbita del planeta, su periodo de revolución  $T$ , la constante de la gravitación universal  $G$ , y la masa  $M$  de la estrella alrededor de la cuál orbita.
- b) Calcule el cociente entre los radios de las órbitas de este planeta y de la Tierra.
20. (S14) Un satélite describe una órbita circular alrededor de un planeta desconocido con un periodo de 24 h. La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta es  $3,71 \text{ ms}^{-2}$  y su radio es 3393 km. Determine:
- a) El radio de la órbita.
- b) La velocidad de escape desde la superficie del planeta.
21. (S14) Un planeta esférico tiene una densidad uniforme  $\rho = 1,33 \text{ gcm}^{-3}$  y un radio de 71500 km. Determine:
- a) El valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.
- b) La velocidad de un satélite que orbita alrededor del planeta en una órbita circular con un periodo de 73 horas.

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

22. (J14) El planeta A tiene tres veces más masa que el planeta B y cuatro veces su radio. Obtenga:
- a) La relación entre las velocidades de escape desde las superficies de ambos planetas.
- b) La relación entre las aceleraciones gravitatorias en las superficies de ambos planetas.
23. (J14) Un cohete de masa 2 kg se lanza verticalmente desde la superficie terrestre de tal manera que alcanza una altura máxima, con respecto a la superficie terrestre, de 500 km. Despreciando el rozamiento con el aire, calcule:
- a) La velocidad del cuerpo en el momento del lanzamiento. Compárela con la velocidad de escape desde la superficie terrestre.
- b) La distancia a la que se encuentra el cohete, con respecto al centro de la Tierra, cuando su velocidad se ha reducido en un 10 % con respecto a su velocidad de lanzamiento.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

24. (M14) La masa del Sol es 333183 veces mayor que la de la Tierra y la distancia que separa sus centros es de  $1,5 \cdot 10^8$  km. Determine si existe algún punto a lo largo de la línea que los une en el que se anule:
- El potencial gravitatorio. En caso afirmativo, calcule su distancia a la Tierra.
  - El campo gravitatorio. En caso afirmativo, calcule su distancia a la Tierra.
25. (M14) Los satélites Meteosat son satélites geoestacionarios, situados sobre el ecuador terrestre y con un periodo orbital de 1 día.
- Suponiendo que la órbita que describen es circular y poseen una masa de 500 kg, determine el módulo del momento angular de los satélites respecto del centro de la Tierra y la altura a la que se encuentran estos satélites respecto de la superficie terrestre.
  - Determine la energía mecánica de los satélites.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

26. (S13) Dos satélites describen órbitas circulares alrededor de un planeta cuyo radio es de 3000 km. El primero de ellos orbita a 1000 km de la superficie del planeta y su periodo orbital es de 2 h. La órbita del segundo tiene un radio 500 km mayor que la del primero. Calcule:
- El módulo de la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta.
  - El periodo orbital del segundo satélite.
27. (S13) Dos planetas, A y B, tienen la misma densidad. El planeta A tiene un radio de 3500 km y el planeta B un radio de 3000 km. Calcule:
- La relación que existe entre las aceleraciones de la gravedad en la superficie de cada planeta.
  - La relación entre las velocidades de escape en cada planeta.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

28. (J13) Calcule:
- La densidad media del planeta Mercurio, sabiendo que posee un radio de 2440 km y una intensidad de campo gravitatorio en su superficie de 3,7 N/kg.

- b) La energía necesaria para enviar una nave espacial de 5000 kg de masa desde la superficie del planeta a una órbita en la que el valor de la intensidad de campo gravitatorio sea la cuarta parte de su valor en la superficie.

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

29. (J13) Urano es un planeta que describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- a) El módulo del momento angular, respecto a la posición del Sol, en el afelio es mayor que en el perihelio y lo mismo ocurre con el módulo del momento lineal.
- b) La energía mecánica es menor en el afelio que en el perihelio y lo mismo ocurre con la energía potencial.

30. (M13) Un cierto planeta esférico tiene una masa  $M = 1,25 \cdot 10^{23} \text{ kg}$  y un radio  $R = 1,5 \cdot 10^6 \text{ m}$ . Desde su superficie se lanza verticalmente hacia arriba un objeto, el cual alcanza una altura máxima de  $R/2$ . Despreciando rozamientos, determine:

- a) La velocidad con que fue lanzado el objeto.
- b) La aceleración de la gravedad en el punto más alto alcanzado por el objeto.

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

31. (M13) Una nave espacial de 800 kg de masa realiza una órbita circular de 6000 km de radio alrededor de un planeta. Sabiendo que la energía mecánica de la nave es  $E_M = -3,27 \cdot 10^8 \text{ J}$ , determine:

- a) La masa del planeta.
- b) La velocidad angular de la nave en su órbita.

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

32. (S12) Un satélite artificial de 400 kg describe una órbita circular de radio  $5/2 R_T$  alrededor de la Tierra. Determine:

- a) El trabajo que hay que realizar para llevar al satélite desde la órbita circular de radio  $5/2 R_T$  a otra órbita circular de radio  $5R_T$  y mantenerlo en dicha órbita.
- b) El periodo de rotación del satélite en la órbita de radio  $5R_T$

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

33. (S12) La aceleración de la gravedad en la Luna es 0,166 veces la aceleración de la gravedad en la Tierra y el radio de la Luna es 0,273 veces el radio de la Tierra. Despreciando la influencia de la Tierra y utilizando exclusivamente los datos aportados, determine:
- La velocidad de escape de un cohete que abandona la Luna desde su superficie.
  - El radio de la órbita circular que describe un satélite en torno a la Luna si su velocidad es de  $1,5 \text{ kms}^{-1}$ .

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

34. (J12) Un satélite de masa  $m$  gira alrededor de la Tierra describiendo una órbita circular a una altura de  $2 \cdot 10^4 \text{ km}$  sobre su superficie.
- Calcule la velocidad orbital del satélite alrededor de la Tierra.
  - Suponga que la velocidad del satélite se anula repentina e instantáneamente y éste empieza a caer sobre la Tierra. Calcule la velocidad con la que llegaría el satélite a la superficie de la misma. Considere despreciable el rozamiento del aire.

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

35. (J12) Una nave espacial de  $3000 \text{ kg}$  de masa describe, en ausencia de rozamiento, una órbita circular en torno a la Tierra a una distancia de  $2,5 \cdot 10^4 \text{ km}$  de su superficie. Calcule:
- El período de revolución de la nave espacial alrededor de la Tierra.
  - Las energías cinética y potencial de la nave en dicha órbita.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

36. (M12) Se ha descubierto un planeta esférico de  $4100 \text{ km}$  de radio y con una aceleración de la gravedad en su superficie de  $7,2 \text{ ms}^{-2}$ .
- Calcule la masa del planeta.
  - Calcule la energía mínima necesaria que hay que comunicar a un objeto de  $3 \text{ kg}$  de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y situarlo a  $1000 \text{ km}$  de altura de la superficie, en una órbita circular en torno al mismo.



Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

37. (M12) Un satélite artificial está situado en una órbita circular en torno a la Tierra a una altura de su superficie de 2500 km. Si el satélite tiene una masa de 1100 kg:
- Calcule la energía cinética del satélite y su energía mecánica total.
  - Calcule el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

38. (S11)
- Expresé la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta en función de la masa del planeta, de su radio y de la constante de gravitación universal  $G$ .
  - Si la aceleración de la gravedad sobre la superficie terrestre vale  $9,8 \text{ ms}^{-2}$ , calcule la aceleración de la gravedad a una altura sobre la superficie terrestre igual al radio de la Tierra
39. (S11) Una sonda espacial de masa  $m=1000 \text{ kg}$  se encuentra situada en una órbita circular alrededor de la Tierra de radio  $r = 2,26R_T$ , siendo  $R_T$  el radio de la Tierra.
- Calcule la velocidad de la sonda en esa órbita.
  - ¿Cuánto vale su energía potencial?
  - ¿Cuánto vale su energía mecánica?
  - ¿Qué energía hay que comunicar a la sonda para alejarla desde dicha órbita hasta el infinito?

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

40. (J11) Un satélite que gira con la misma velocidad angular que la Tierra (geoestacionario) de masa  $m = 5 \cdot 10^3 \text{ kg}$ , describe una órbita circular de radio  $r = 3,6 \cdot 10^7 \text{ m}$ . Determine:
- La velocidad areolar del satélite.
  - Suponiendo que el satélite describe su órbita en el plano ecuatorial de la Tierra, determine el módulo, la dirección y el sentido del momento angular respecto de los polos de la Tierra.

Dato: Periodo de rotación terrestre 24 h.

41. (J11) Sabiendo que el periodo de revolución lunar es de 27,32 días y que el radio de la órbita es  $R_L = 3,84 \cdot 10^8$  m, calcule:
- La constante de gravitación universal, G (obtener su valor a partir de los datos del problema).
  - La fuerza que la Luna ejerce sobre la Tierra y la de la Tierra sobre la Luna.
  - El trabajo necesario para llevar un objeto de 5000 kg desde la Tierra hasta la Luna (Despreciar los radios de la Tierra y de la Luna, en comparación con su distancia).
  - Si un satélite se sitúa entre la Tierra y la Luna a una distancia de la Tierra de  $R_L/4$ , ¿Cuál es la relación de fuerzas debidas a la Tierra y a la Luna? .

Dato:  $R_T = 6370$  km,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$  kg,  $R_L = 1,74 \cdot 10^6$  m,  $M_L = 7,35 \cdot 10^{22}$  kg

42. (M11) Un planeta orbita alrededor de una estrella de masa M. La masa del planeta es  $m = 10^{24}$  kg y su órbita es circular de radio  $r = 10^8$  km y periodo T=3 años terrestres. Determine:
- La masa M de la estrella.
  - La energía mecánica del planeta.
  - El módulo del momento angular del planeta respecto al centro de la estrella.
  - La velocidad angular de un segundo planeta que describiese una órbita circular de radio igual a 2r alrededor de la estrella.

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>kg<sup>-2</sup>, Considere 1 año terrestre=365 días.

43. (M11) Dos satélites de masas  $m_A$  y  $m_B$  describen sendas órbitas circulares alrededor de la Tierra, siendo sus radios orbitales  $r_A$  y  $r_B$  respectivamente. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:
- Si  $m_A = m_B$  y  $r_A > r_B$ , ¿cuál de los dos satélites tiene mayor energía cinética?
  - Si los dos satélites estuvieran en la misma órbita ( $r_A = r_B$  y tuviesen distinta masa ( $m_A < m_B$ ), ¿cuál de los dos tendría mayor energía cinética?