

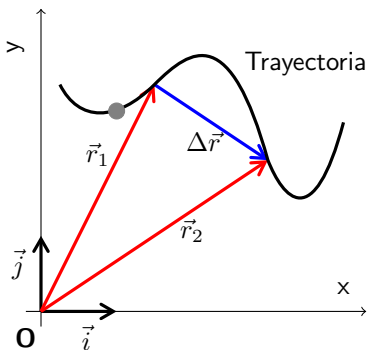
# CINEMÁTICA

Prof. Jorge Rojo Carrascosa

3 de marzo de 2016

# Elementos para describir el movimiento

- 1 Sistema de Referencia (inerciales o no)  $\implies$  Ejes cartesianos
- 2 **Vector** de posición,  $\vec{r} = \vec{r}(t) \rightarrow \vec{r}(t) = (x(t)\vec{i}, y(t)\vec{j}, z(t)\vec{k})$
- 3 **Vector** desplazamiento,  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
- 4 Trayectoria,  $\sum_i \vec{r}_i$
- 5 Distancia o espacio recorrido,  $[s] = L = m$



$$\text{Velocidad, } [v] = \frac{L}{T} = \frac{m}{s}$$

## Velocidad Media

Es una magnitud vectorial que expresa el desplazamiento que experimenta un móvil en la unidad de tiempo, tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento.

$$\vec{v}_m = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{intervalo tiempo}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

## Velocidad Instantánea

Magnitud vectorial que mide la rapidez con la que se produce el movimiento en un instante dado. La dirección es siempre tangente a la trayectoria y su sentido coincide con el del movimiento.

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{dr(t)}{dt} \rightarrow \vec{v}(t) = (v_x(t), v_y(t), v_z(t))$$

$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$\text{Aceleración, } [a] = \frac{L}{T^2} = \frac{m}{s^2}$$

## Aceleración Media

Es la magnitud vectorial que mide la rapidez con la que cambia de velocidad un móvil en un intervalo de tiempo.

$$\vec{a}_m = \frac{\text{intervalo velocidad}}{\text{intervalo tiempo}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

## Aceleración Instantánea

Es la magnitud vectorial que mide la rapidez con la que cambia de velocidad un móvil (en valor y en dirección) y la dirección en la que se produce ese cambio.

$$\vec{a}_i = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2r(t)}{dt^2} \rightarrow \vec{a}(t) = (a_x(t), a_y(t), a_z(t))$$

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

# Componentes intrínsecas de la aceleración

En un punto dado de un movimiento,  $\vec{v} = v\vec{u}_T$  y la aceleración,

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv\vec{u}_T}{dt} = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N + \frac{dv}{dt}\vec{u}_T \Rightarrow \boxed{a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}}$$

## Aceleración Tangencial

La aceleración tangencial da cuenta del cambio en el módulo de la velocidad

$$\boxed{a_t = \frac{dv}{dt}}$$

## Aceleración normal

La aceleración normal da cuenta del cambio de dirección en la velocidad

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}}$$

Donde  $R$  es el radio de la curva y  $v$  el módulo de la velocidad.

# Movimientos de especial interes

- **RECTILINEOS** (Trayectoria es una recta)
  - Movimiento Rectilineo Uniforme (MRU)
  - Movimiento Rectilineo Uniformemente Acelerado (MRUA)
  - Caída libre
- **CIRCULARES** (Trayectoria es una circunferencia)
  - Movimiento Circular Uniforme, (MCU)
  - Movimiento Circular Uniformemente Acelerado, (MCUA)
- **COMPUESTOS**
- **PROYECTILES**
  - Tiro horizontal
  - Tiro Oblicuo o , Parabólico
- **MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE, MAS**

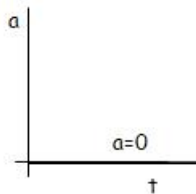
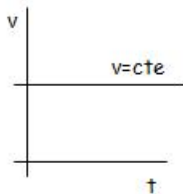
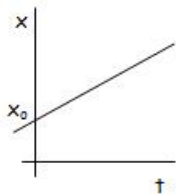
# Movimiento Rectilíneo uniforme (MRU)

- Trayectoria a lo largo de una recta
- No existe aceleración
- La velocidad se mantiene constante,  $v_m = v_i$

## ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO

$$s_t = s_0 + vt$$

## DIAGRAMAS DEL MOVIMIENTO



# Movimiento Rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

- Trayectoria a lo largo de una recta
- La velocidad varía a lo largo de la trayectoria
- La aceleración se mantiene constante,  $a_m = a_i$

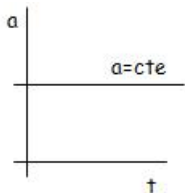
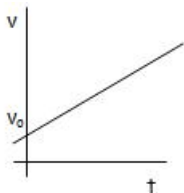
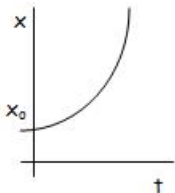
## ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

$$v_t = v_0 + at$$

$$s_t = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v_t^2 = v_0^2 + 2a(s_t - s_0)$$

## DIAGRAMAS DEL MOVIMIENTO





# Caida libre, MRUA con $a=g$

- Trayectoria a lo largo de una recta, eje y.
- Se desprecia la acción por rozamiento con el aire
- La velocidad es positiva si el cuerpo sube (tiro vertical) y negativa si el cuerpo baja (caída libre).
- La aceleración se mantiene constante. Es la aceleración de la gravedad,  $g = -9,8 \frac{m}{s^2}$ . LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD SIEMPRE ES NEGATIVA.

## ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

$$v_t = v_0 + gt$$

$$s_t = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_t^2 = v_0^2 + 2g(s_t - s_0)$$

**Espacio Angular,  $\varphi$ ,  $[\varphi] = \text{radianes}$**

La trayectoria es una circunferencia (radio  $R$ ),  $\implies$  **ángulos**

$$\varphi = \frac{s}{R} \implies s = \varphi R$$

**Velocidad Angular,  $\omega$ ,  $[\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  o  $\text{rpm}$**

Se define como el ángulo recorrido en la unidad de tiempo

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \implies v = \omega R$$

**Aceleración Angular,  $\alpha$ ,  $[\alpha] = \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$**

Consecuencia del cambio de la velocidad angular,  $\omega$ , en el movimiento

# Movimiento Circular Uniforme, (MCU)

- La trayectoria es una circunferencia de radio  $R$ .
- La velocidad angular es constante
- Solo existe aceleración normal,  $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
- Se define el periodo como  $T$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v}$$

- Se define la frecuencia como  $f$

$$f = \frac{1}{T}$$

## ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t \quad \implies \quad s = s_0 + vt$$

# Movimiento Circular Uniformemente Acelerado, (MCUA)

- La trayectoria es una circunferencia de radio  $R$ .
- La velocidad angular **no** es constante
- Existe aceleración angular constante,  $\alpha$
- Aparecen las dos componentes intrínsecas de la aceleración,

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad a_t = \alpha R$$

## ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

$$\omega_t = \omega_0 + \alpha t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega_t^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\varphi - \varphi_0)$$

El movimiento resultante se rige por el **principio de superposición**

*Cualquier móvil sujeto simultáneamente a varios movimientos elementales independientes da lugar a un movimiento resultante suma de los movimientos parciales*

$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$$

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

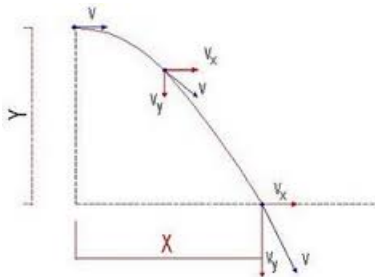
$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$$

# Tiro Horizontal

- Se lanza un móvil horizontalmente desde una altura  $h$  y una velocidad  $v_0$
- No existe rozamiento con el aire  $\Rightarrow v_x = v_0$
- Verticalmente, el móvil sufre una caída libre,  $g = -9,8 \frac{m}{s^2}$

## ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

Movimiento horizontal	Movimiento vertical
$v_x = v_0$ $x = v_0 t$	$v_y = gt$ $y = y_0 + \frac{1}{2}gt^2$



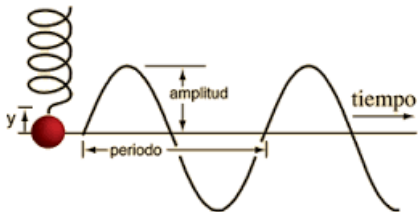


# Movimiento Armónico Simple

- Movimiento Oscilatorio y Periódico  $\Rightarrow$  Vibratorio
- No existe rozamiento con el medio

## ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO

$$x = A \sin(\omega t + \phi_0)$$



<b>Ecuación de velocidad</b>	<b>Ecuación de la aceleración</b>
$v = A\omega \cos(\omega t + \phi_0)$	$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi_0)$
$v_{max} = A\omega$	$a_{max} = -A\omega^2$
$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$	$a = -\omega^2 x$