FÍSICA Y QUÍMICA

1º Bachillerato

I. FÍSICA

Cinemática

II. QUÍMICA

Prof. Jorge Rojo Carrascosa

Índice general

Capítulo 1

CINEMÁTICA

La cinemática estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que los producen. Por tanto, tan sólo se ocupa de los aspectos externos como son el desplazamiento, el espacio recoorido, la velocidad o la aceleración.

Un cuerpo se mueve cuando cambia de posición con relación a otro que se toma como referencia. Por tanto, para describir el movimiento de cualquier cuerpo hay referirlo a un **sistema de referencia**. Los sistemas de referencia suelen ser los ejes cartesianos. A la hora de elegir un sistema de referencia podemos hacerlos de varios modos, por ejemplo para describir el movimiento de una moto podemos elegir un sistema de referencia con el origen desde donde comenzó el movimiento o un sistema de referencia solidario con la moto, esto es, que viaja con la moto. Por tanto, un mismo movimiento es distinto desde sistemas de referencias distintos, de ahí que todos los movimientos son relativos ya que dependen del observador (del sistema de referencia).

Cuando dos sistemas de referencia se mueven con velocidad constante o nula se dice que son sistemas de referencia inerciales; si la velocidad entre ellos no es constante, por que existan movimientos de traslación no uniforme o con movimiento de rotación, tenemos los llamados sistemas de referencia inerciales (masas de aire, satélites artificiales, olas marinas,. . .)

1.1. ELEMENTOS PARA LA DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO

En el estudio del movimiento hay que conocer que significan y como se aplican las distintas magnitudes físicas del movimiento:

1.1.1. VECTOR DE POSICIÓN ($\vec{r}$)

Es el vector que tiene su origen en el origen del sistema de referencia y el extremo en la posición del móvil. Un cuerpo se mueve cuando cambia su vector de posición con el tiempo. Por tanto el vector de posición depende del tiempo,

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \rightarrow \vec{r}(t) = (x(t)\vec{u}_x, y(t)\vec{u}_y, z(t)\vec{u}_z)$$

$\vec{u}_x, \vec{u}_y$ *e* $\vec{u}_z$ son los vectores unitarios a lo largo de los ejes cartesianos x, y, z respectivamente. Estos vectores, como ya sabemos, toman los valores $\vec{i}, \vec{j}$ *y* $\vec{k}$, por tanto, $\vec{r}$ nos queda:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \rightarrow \vec{r}(t) = (x(t)\vec{i}, y(t)\vec{j}, z(t)\vec{k})$$

1.1.2. VECTOR DESPLAZAMIENTO ($\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$)

Es el vector que une dos vectores de posición. No es lo mismo que el espacio o la distancia recorrida por el móvil.

1.1.3. TRAYECTORIA

Es la línea que une las distintas posiciones que describe un cuerpo cuando se mueve, $\sum_i \vec{r}_i$.

1.1.4. DISTANCIA O ESPACIO RECORRIDO, s

Es un escalar que mide la longitud de la trayectoria recorrida por el móvil. Si la trayectoria es una recta, el espacio coincide con el módulo del desplazamiento siempre y cuando no haya habido cambios de sentido.

1.1.5. VELOCIDAD, $\vec{v}$

Es la magnitud que mide la rapidez con la que se hace el movimiento y tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento. La velocidad media viene definida por,

$$\vec{v}_m = \frac{desplazamiento}{intervalo\ tiempo} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

al depender del vector desplazamiento, la velocidad media también es un vetor. Si tomamos el límite funcional en el que el intervalo de tiempo tiende a cero (la derivada), se obtiene la velocidad instantánea,

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r(\vec{t})}{dt} = \frac{dr(\vec{t})}{dt} \to \vec{v}(t) = (v_x(t), v_y(t), v_z(t)) \to |v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

La velocidad instantánea mide la rapidez con la que se produce el movimiento en un instante dado. La velocidad se mide en $[v] = \frac{L}{T} = \frac{m}{s}$. Cualquiera que sea el movimiento la velocidad se puede expresar en función del vector unitario tangencial al movimiento, esto es consecuencia del límite funcional del desplazamiento, provocando que la velocidad tenga de dirección la tangente a la curva en cualquier punto y sentido el del movimiento.

$$\vec{v} = v\vec{u}_T$$

1.1.6. ACELERACIÓN, $\vec{a}$

Es la magnitud que mide la rapidez con la que cambia de velocidad un móvil (tanto en valor como en dirección) y la dirección en la que se produce ese cambio. El vector aceleración media viene definida por,

$$\vec{a}_m = \frac{intervalo\ velocidad}{intervalo\ tiempo} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Si tomamos el límite funcional en el que el intervalo de tiempo tiende a cero, tenemos el vector aceleración instantánea,

$$\vec{a}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v(\vec{t})}{dt} = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2r(t)}{dt^2} \to \vec{a}(t) = (a_x(t), a_y(t), a_z(t)) \to |a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

La aceleración se mide en $[a] = \frac{L}{T^2} = \frac{m}{s^2}$

Haciendo uso de la definición de la velocidad en la dirección del vector tangencial, $\vec{v} = v\vec{u}_T$, la aceleración nos queda,

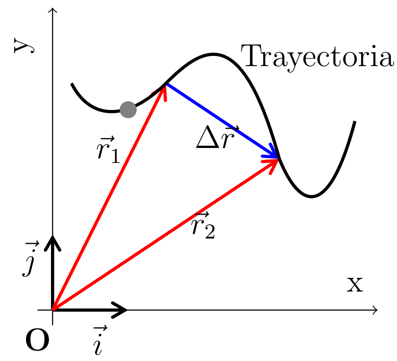
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv\vec{u}_T}{dt} = v\frac{d\vec{u}_T}{dt} + \frac{dv}{dt}\vec{u}_T$$

En el caso de un movimiento rectilineo $\frac{d\vec{u}_T}{dt} = 0$ y la trayectoria es una recta, la aceleración se llama **aceleración tangencial** y es un vector de módulo $\frac{dv}{dt}$, y dirección y sentido los de $\vec{u}_T$.

Sin embargo, si el movimiento es curvilineo y el módulo de la velocidad permanece constante, tenemos que la aceleración tiene dos componentes, denominadas intrínsecas, cada una paralela a un vector unitario distinto. Quedando:

$$\vec{a} = \vec{u}_T\frac{dv}{dt} + \vec{u}_N\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}}$$

El primer término es la **aceleración tangencial**, cuyo vector es tangente a la curva y es proporcional al cambio con respecto al tiempo de la magnitud velocidad. El segundo término es la **aceleración normal**, es un vector normal a la curva y por tanto, asociado al cambio en la dirección, ya que se corresponde con $\frac{d\vec{u}_T}{dt}$.



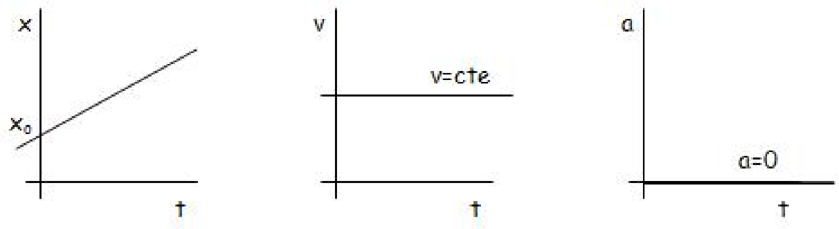
1.2. MOVIMIENTOS DE INTERES

1.2.1. MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME (MRU)

Se produce cuando no existe aceleración y la velocidad es contante en módulo y dirección. La trayectoria es una recta, si no existen cambios de sentido coinciden el desplazamiento y el espacio recorrido. La posición del móvil vine dada por la distancia al origen del sistema de referencia.

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow \boxed{s = s_0 + v(t - t_0)}$$

s_0 es la distancia inicial a la que se encuentra el móvil y t_0 el tiempo a partir del cual el móvil ha iniciado su movimiento.



1.2.2. MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MRUA)

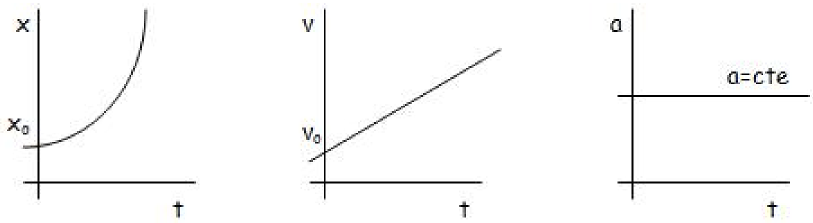
En este caso tenemos al móvil sometido a una fuerza constante cuya aceleración es constante, la velocidad cambia en módulo:

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow \boxed{v = v_0 + a(t - t_0)}$$

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow \boxed{s = s_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2}$$

Despejando el tiempo en una de las ecuaciones y sustituyendo, tenemos:

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0)}$$



1.2.3. CAIDA LIBRE

En este caso el cuerpo esta sometido a la acción de la gravedad, g, la trayectoria es una línea recta. La resistencia del aire se desprecia. La aceleración de la gravedad se toma siempre negativa puesto que tiene sentido negativo al eje y. Las ecuaciones del movimiento quedan dadas por:

$$\boxed{v = v_0 + gt}$$

$$\boxed{h = h_0 + \frac{1}{2}gt^2}$$

Tomando $v_0 = 0$ y con el origen de tiempos coincidente con el origen de espacios. Eliminando entre ambas el tiempo,

$$\boxed{v = \sqrt{2g(h - h_0)}}$$

1.2.4. TIRO VERTICAL

Se llama así al movimiento de un cuerpo que se lanza verticalmente hacía arriba con una velocidad v_0. Al igual que en la caida libre la aceleración se toma negativa, es decir $g = -9,8\ \frac{m}{s^2}$, y la resistencia del aire sigue siendo nula. Quedando:

$$\boxed{v = v_0 + gt}$$

$$\boxed{h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2}$$

Siendo v_0 la velocidad del lanzamiento.

1.2.5. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

Se produce cuando un móvil describe una trayectoria circular con velocidad angular constante, $\omega = cte$. Esto se consigue aplicando una fuerza constante y constantemente perpendicular a la velocidad, sólo existe aceleración normal, $a_n = \frac{v^2}{R}$
Al ser un movimiento circular, el espacio lineal carece de sentido y se utiliza el ángulo θ o φ para describir su posición. El ángulo se mide en radianes, de ahí que la relación entre la magnitud espacial lineal y la angular sea,

$$s = \theta R$$

siendo R, el radio de la circunferencia que describe. La velocidad angular se define como el ángulo recorrido en la unidad de tiempo,

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

La velocidad angular, ω, se mide en el sistema internacional de unidades en $\frac{rad}{s}$, aunque muchas veces se da en rpm. La relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular viene dada por $v = \omega R$. La ecuación del movimiento circular uniforme queda,

$$v = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega \rightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \boxed{\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0)}$$

El periodo, tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta, se relaciona con ω mediante $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$, donde ν es la frecuencia angular, número de vueltas que da un móvil en la unidad de tiempo, se mide en s^{-1}.

1.2.6. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACELERADO (MCUA)

En este caso la $\omega \neq constante$ y se define la acelaración angular como, $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$, de unidades $[\alpha] = \frac{rad}{s^2}$.

El movimiento circular es un plano, la dirección de la velocidad angular permanece invariable. Quedandonos

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \rightarrow \boxed{\omega = \omega_0 + \alpha(t - t_0)}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2}$$

Las relaciones entre las aceleraciones lineales y angulares quedarán,

$$\boxed{a_t = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha} \qquad \boxed{a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R}$$

1.2.7. TIRO OBLICUO ó PARABÓLICO

En la naturaleza, se dan con frecuencia muchos otros tipos de movimientos cuya trayectoria es una curva plana. El tiro parabólico es aquel donde el móvil es lanzado con una velocidad inicial formando un ángulo con la horizontal, teniendo en cuenta la descomposición de la velocidad en sus componentes rectangulares y la acción de la gravedad en dirección vertical, podemos considerar este movimiento compuesto por dos movimientos:

- Uno horizontal con velocidad uniforme $v_x = v_{0x} = v_0 \cos\alpha$.
- Otro vertical uniformemente acelerado con velocidad inicial $v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\alpha$ y aceleración la gravedad $g = -9,8\ \frac{m}{s^2}$.

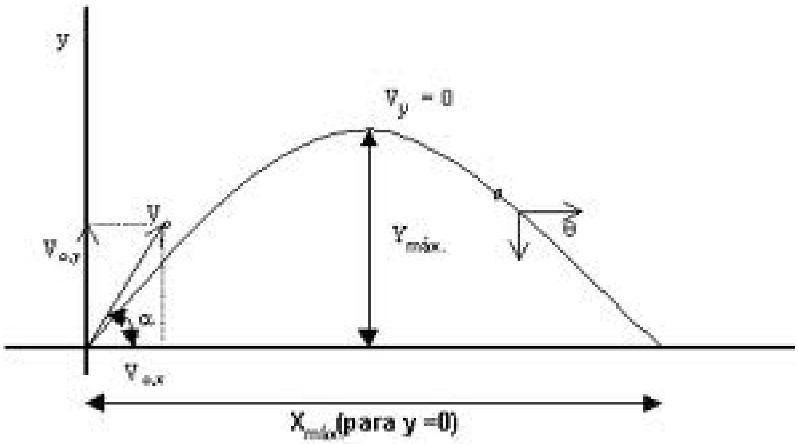
Por tanto, las ecuaciones del movimiento vendrán dadas por,

$$Aceleración \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$$

$$Velocidad \begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_y = v_{0y} + gt = v_0 \operatorname{sen}\alpha + gt \end{cases}$$

$$Posición \begin{cases} x = v_0 t \cos\alpha \\ y = y_0 + v_0 t \operatorname{sen}\alpha + \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Si se elimina el tiempo entre las ecuaciones de la posición se obtiene la ecuación de la trayectoria.



]

1.2.8. TIRO HORIZONTAL

El tiro oblicuo es una simplificación del tiro parabólico. En este caso, el lanzamiento desde una altura de forma paralela a la horizontal provoca las mismas ecuaciones que en las del tiro oblicuo pero de forma simplificada, ya que no existe ángulo de lanzamiento, $\alpha = 0^o$ y la $v_{0y} = 0$.

1.2.9. MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

Un movimiento armónico simple (**MAS**) es un movimiento vibratorio y por tanto, oscilatorio y periódico. Es oscilatorio por que periodicamente la distancia del móvil al centro de oscilación pasa por un valor máximo y otro mínimo. Y además es periódico, por que a intervalos de tiempo iguales, las variables cinemáticas toman el mismo valor. Movimientos armónicos simples son, por ejemplo, el giro de un satelite alrededor de un planeta, un pendulo,...

En un MAS el origen es el punto medio del desplazamiento y en cada vibración se pasa por él. Al no considerar atenuaciones del movimiento producidas por el medio , el movimiento armónico pasa a denominarse simple. Se conoce con el nombre de **amplitud**, **A**, a la distancia que existe desde el origen hasta el extremo el movimiento. El espacio que recorre el móvil entre dos pasos sucesivos por el mismo punto y en el mismo sentido se conoce como oscilación.

La ecuación del movimiento a lo largo del eje X podemos representarla mediante una función trigonométrica tal,

$$\boxed{x = A\sin(\omega t + \phi_0)}$$

Siendo x la *elongación*, A la *amplitud*, ω la *frecuencia angular*, ϕ_0 la fase inicial y t el tiempo. Al argumento del seno se denomina *fase*. Si la función trigonométrica alcanza el valor máximo o mínimo, 1 o -1, obtenemos las elongaciones máximas y mínimas del movimiento, A y $-A$.

En el MAS se utilizan mucho los términos de frecuencia y periódo.

Si derivamos esta expresión en función del tiempo nos encontramos la velocidad del movimiento armónico simple,

$$\boxed{v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \phi_0)}$$

Cuando $\cos(\omega t + \phi_0) = 1$ obtenemos la velocidad máxima del movimiento, $v_{max} = \pm A\omega$, que ocurre cuando el móvil pasa por el punto medio del movimiento. Utilizando la ecuación fundamental de la trigonometría podemos hallar la relación entre la velocidad y la elongación como,

$$\boxed{v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}}$$

Si ahora, derivamos la velocidad, obtenemos la aceleración,

$$\boxed{a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\sin(\omega t + \phi_0)}$$

Siendo la aceleración máxima cuando $\sin(\omega t + \phi_0) = 1$, es decir, en los extremos, $a_{max} = \pm A\omega^2$. De igual manera que con la velocidad, podemos relacionar la aceleración con la elongación,

$$\boxed{a = -\omega^2 x}$$

1.3. PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un coche viaja 50 m por detrás de un camión sin respetar la distancia de seguridad. Ambos se mueven a 120 km/h. De repente, el camión frena con una aceleración de 8 m/s^2. El conductor del coche tarda 0,35 segundos en reaccionar, y su coche frena con una aceleración de 6 m/s^2.

   a) ¿Qué distancia separa ambos vehículos en el momento de empezar a frenar el coche, una vez transcurrido el tiempo de reacción?
   b) ¿Qué velocidad lleva el camión en ese momento?
   c) ¿Qué distancia necesitarían el camión y el coche para detenerse por completo, sin tener en cuenta el tiempo de reacción?
   d) ¿Cuántos segundos tarda el coche en chocar contra el camión, sin tener en cuenta el tiempo de reacción?
   e) ¿A qué velocidad viajan el coche y el camión en el momento de chocar, en km/h?

$v_{co} = 33,3 m/s; t = +0,35\ s$

$v_{ca} = 33,3 m/s$

50 m

La situación es clara, un coche va detrás de un camión, el camión frena y desde que lo ve el conductor del coche hasta que reacciona y pisa el freno transcurren 0,35 s, durante ese tiempo el coche se mueve con un M.R.U. pero el camión realiza un M.R.U.A. ($a = -8\ m/s^2$), pasados esos 0,35 s ambos realizan un M.R.U.A. (con aceleración negativa).

Como siempre, primero ecuación del movimiento de ambos móviles,

CAMIÓN

$$s_{ca} = s_{0ca} + v_{ca} \cdot t - \frac{1}{2} a_{ca} \cdot t^2 \Longrightarrow s_{ca} = 50 + 33,3t - 4t^2$$

Tomamos como origen de espacios y de tiempos la posición y el momento del coche cuando ve la luz de freno del camión, por tanto, el espacio inicial que tiene el camión es de 50 metros.

COCHE

Primeros 0,35 segundos

$$s_{co} = s_{0co} + v_{co} \cdot t \Longrightarrow s_{co} = 33,3t$$

Posterior a 0,35 segundos

$$s_{co} = s_{0co} + v_{co} \cdot t - \frac{1}{2}a_{co} \cdot t^2 \Longrightarrow s_{co} = 33,3t - 3t^2$$

a) En el momento de frenar el coche, han transcurrido $0,35$ segundos, este tiempo se introduce en las correspondientes ecuaciones del movimiento y veos cuál es el espacio que les separa,

$$s_{ca} = 50 + 33,3t - 4t^2 \overset{t=0,35\ s}{\Longrightarrow} s_{ca} = 61,16\ m$$
$$s_{co} = 33,3t \overset{t=0,35\ s}{\Longrightarrow} s_{co} = 11,65\ m$$

Exactamente les separan $d = 61,235 - 11,72 = 49,515\ m$

b) La velocidad del camión en ese momento es de,

$$v_{ca} = v_0 + at = 33,3 - 8t \overset{t=0,35\ s}{\Longrightarrow} v_{ca} = 30,5\ m/s$$

c) Fijaros que nos dice sin tener en cuenta el tiempo de reacción, entonces, en todo momento tenemos un M.R.U.A,

$$v_{ca}^2 = v_{0ca}^2 + 2as = 33,3^2 - 16s \overset{v_{ca}=0}{\Longrightarrow} s_{ca} = 69,3\ metros$$

Para este espacio que hemos hallado hay que sumarle los 50 metros que lleva de ventaja sobre el coche, por tanto, desde nuestro sistema de referencia, el camión se parará a los 119,3 metros

$$v_{co}^2 = v_{0co}^2 + 2as = 33,3^2 - 12s \overset{v_{co}=0}{\Longrightarrow} s_{co} = 92,4\ metros$$

Como vemos, podemos pensar que ambos vehículos no van a chocar puesto que la distancia que recorre en su frenada el coche es menor que la del camión, pero que choquen o no depende de la deceleración que tiene uno u otro, dicho de otra forma, la rapidez con que ambos móviles disminuyen su velocidad.

En este mismo apartado podemos hallar el tiempo que tarda cada móvil en pararse. Con la expresión $v = v_0 + at$ y poniendo cero en la velocidad final, nos encontramos que el tiempo que necesita cada móvil para pararse es de, $t_{ca} = 4,16$ segundos y $t_{co} = 5,55$ segundos.

d) Tomando las ecuaciones del movimiento para cada móvil, tenemos

$$s_{ca} = 50 + 33,3t - 4t^2$$
$$s_{co} = 33,3t - 3t^2$$

En el momento que choquen (es una persecución), ambos se encontraran en la misma posición, esto es, $s_{co} = s_{ca}$, entonces

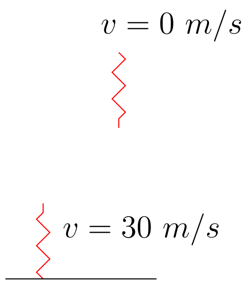
$$33,3t - 3t^2 = 50 + 33,3t - 4t^2 \Rightarrow t = 7,07 \; segundos$$

Como vemos el tiempo para encontrarse es mayor que el tiempo de frenada de cada mehículo, por tanto, el coche nunca chocará con el camión.

e) Los vehículos no colisionan.

2. Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de 30 m/s. Halla:

   a) Posición que ocupa y velocidad al cabo de 1 segundo.
   b) La altura máxima que alcanza y el tiempo empleado.
   c) Velocidad cuando llega al suelo y tiempo total empleado.
   d) ¿Qué relación hay entre los tiempos calculados en los apartados b y c?.
   e) ¿Cómo son las velocidades de partida y de llegada?.



a) En esta ocasión tenemos un lanzamiento vertical, las ecuaciones del movimiento serán,

$$h = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow$$

$$t_{1s} \rightarrow h = 30 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 1^2 = 25,1 \; metros$$

y la velocidad al cabo de 1 segundo,

$$v_{1s}^2 = v_0^2 - 2gh_{1s} \rightarrow v_{1s} = 20,2 \; m/s$$

b) La altura máxima la alcanzará cuando $v = 0\ m/s$, por tanto,

$$v = v_0 - gt \rightarrow t = \frac{v_0}{g} = 3,06\ s$$

$$h_{max} = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow h_{max} = 30 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 3^2 = 45,9\ metros$$

c) Ahora nuestro problema se ha convertido en un problema típico de caida libre, por tanto para hallar la velocidad con la que llega al suelo primero tenemos que saber cuanto tiempo tarda en llegar al suelo,

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{9,8}} = 3,03\ segundos$$

$$v = v_0 + gt = 9,8 \cdot 3,03 = 29,8\ m/s$$

El tiempo total empleado será la suma entre el tiempo de subida y el tiempo de bajada, $t_{total} = 6,09$ segundos.

d) y e) Como podemos observar los tiempos de subida y bajada son practicamente iguales al igual que las velocidades. Esto es consecuencia de ser un problema simétrico y en el cuál sólo actuan campos conservativos.

3. Un avión de aprovisionamiento vuela horizontalmente sobre el océano a una altura de 5 km. Si su velocidad es de 360 kmh^{-1}, calcula:

   a) La distancia de la vertical de un islote a la que debe soltar un paquete de víveres para que caiga sobre el objetivo.

   b) La velocidad del paquete en el momento del impacto.

   a) Cuando el avión suelte el paquete, éste tendrá una velocidad horizontal, a lo largo del eje X, constante e igual a la velocidad del avión. En el eje Y no tiene velocidad inicial y su ecuación del movimiento es de caída libre. Planteamos ambas ecuaciones y calculamos el tiempo que tarda en caer el paquete. Este tiempo nos permite calcular el alcance del paquete y por tanto, a que distancia habrá que soltar el paquete para que caiga en la isla.

$$Eje\ X \Rightarrow x = 100t$$

$$Eje\ Y \Rightarrow y = 5000 - \frac{1}{2}10t^2 \overset{y=0}{\Longrightarrow} t = 31,9\ s$$

Siendo la distancia,

$$x = 100t \overset{t=31,9\ s}{\Longrightarrow} x = 3194\ m$$

b) Claculamos ambas velocidades, recordar que la velocidad en el eje X es constante, y hallamos su módulo.

$$v_x = 100\ m/s \qquad v_y = -gt = 312,6\ m/s$$

$$\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 328,2\ m/s}$$

4. Un futbolista realiza un lanzamiento de balón con una velocidad inicial de 20 ms^{-1} que forma un ángulo de 40º con el suelo. Calcula la posición del balón y su velocidad al cabo de 2 s.

Partiendo de las ecuaciones del movimiento y de la velocidad para cada eje, podemos hallar su posición y velocidad en el tiempo pedido,

$$x = v_0 \cos\alpha t \xRightarrow{t=2\ s} x = 30,6\ m$$

$$y = v_0 \operatorname{sen}\alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \xRightarrow{t=2\ s} y = 6,1\ m$$

$$\boxed{\vec{r} = 30,6\ \vec{i} + 6,1\ \vec{j}\ m}$$

$$v_x = v_0 \cos\alpha \xRightarrow{t=2\ s} v_x = 15,3\ ms^{-1}$$

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\alpha - gt \xRightarrow{t=2\ s} {}_y = -6,7\ ms^{-1}$$

$$\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 16,7\ ms^{-1}}$$

5. Un satélite artificial gira alrededor de un planeta en órbita de radio 7000 km y tarda 1,5 h en dar una vuelta completa. Calcula:

a) La velocidad del satélite.
b) La aceleración.
c) El ángulo girado en 50 minutos.

a) Puesto que la velocidad del satelite es constante,

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R}{t} = 8145\ ms^{-1}$$

b) Al no existir cambio en la velocidad del satelite, sólo hay aceleración normal, la aceleración tangencial es constante.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = 9,5\ ms^{-2}$$

c) Haciendo de la ecuación del movimiento para un movimiento circular y uniforme,

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t = 3,5\ rad = 200^{o}$$

Siendo $\varphi_0 = 0$ y $\omega = \frac{v}{R}$.

6. Una masa de 50 g unida a un resorte realiza, en el eje X, un movimiento armónico simple dado por la ecuación:

$$x = 0,050 \sin(2t - \frac{\pi}{3})$$

expresada en unidades del S.I. Calcula la posición y la velocidad inicial.

En el momento inicial, t=0, por tanto la posición será

$$x_0 = 0,050 \sin(-\frac{\pi}{3}) = 0,025\ m$$

para encontrar la velocidad en el instante inicial, primero derivamos respecto al tiempo la ecuación del movimiento y después, hallamos la velocidad para t=0 s.

$$v = 0,1 \cos(2t - \frac{\pi}{3}) \Rightarrow v_0 = 0,1 \cos(-\frac{\pi}{3}) = 0,087\ m/s$$