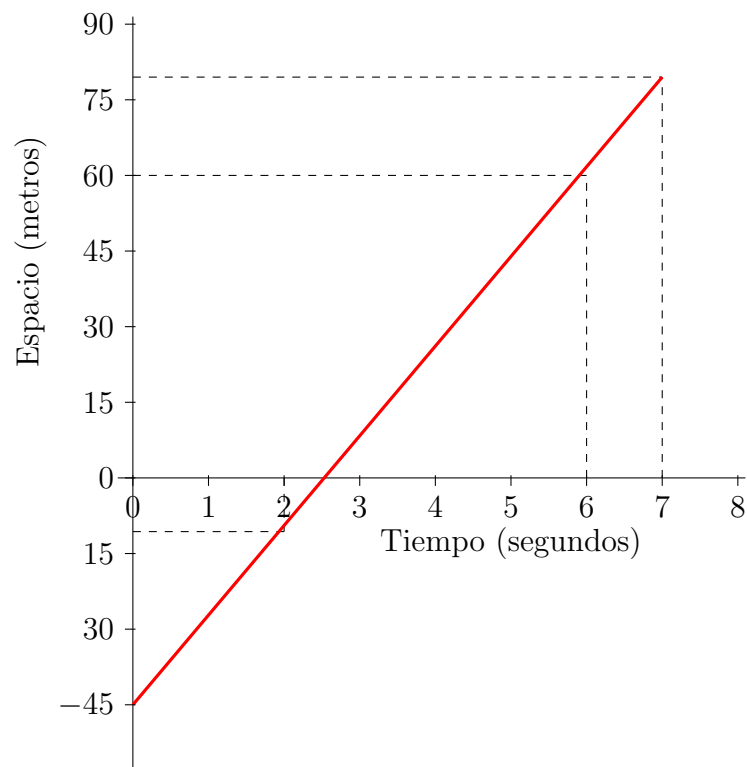


Asignatura: FÍSICA Y QUÍMICA
 EJERCICIOS DE AMPLIACIÓN (SOLUCIONES)
 Fecha finalización: Viernes, 5 de noviembre de 2010
 Nombre y Apellidos **J.R.C.**

- 1 A partir de la siguiente tabla de posiciones-tiempos, determina si el movimiento es uniforme o acelerado (explica cómo lo has sabido) y escribe la ecuación de la posición en función del tiempo:

$x(cm)$	-45	-10	60	77,5
$t(s)$	0	2	6	7

Lo primero que tenemos que hacer es no suponer nada y realizar la gráfica correspondiente a los datos que nos están dando. La variable dependiente, el espacio (x), en el eje de ordenadas y la variable independiente, el tiempo (t), en el eje de abscisas.



A la vista de la gráfica podemos ver que se trata de un Movimiento Rectilíneo y Uniforme, M.R.U.. Tenemos una recta que en términos matemáticos se expresa como $y = mx + n$, donde y es la variable dependiente, x la variable independiente, m sería la pendiente de la recta y n el punto de corte con el eje de ordenadas. Ahora bien, si sustituimos las variables matemáticas a las variables de nuestro sistema físico, lo que obtendríamos sería la ecuación del movimiento para un M.R.U.,

$$s = s_0 + v \cdot t \Rightarrow x = x_0 + v \cdot t$$

Donde en esta expresión las variables x y t se quedan así pero que para x_0 y v hay que darles su valor. Ya hemos comentado que x_0 (o n en la expresión matemática) es el punto de corte con el eje de ordenadas, esto es, cuando el tiempo vale 0, por tanto $x_0 = 45 \text{ cm}$. Para hallar el valor de la velocidad, v , hay que tener en cuenta la expresión de la velocidad media,

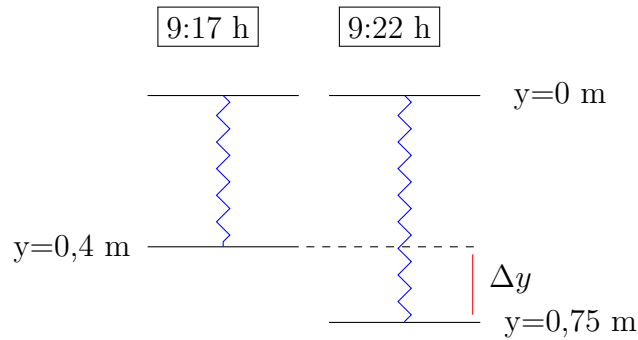
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{-10 + 45}{2} = \frac{35}{2} = 17,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,175 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Quedando finalmente que la ecuación del movimiento es, $s = -45 + 17,5 \cdot t$

Os podéis preguntar por que he cogido esos dos valores para hallar la velocidad media del móvil, bien, he cogido esos dos como podía haber cogido cualquier par, tened en cuenta que el movimiento es uniforme y por tanto, la velocidad es constante e igual a la velocidad media en todo el movimiento.

2 Paseando esta mañana hemos observado que están haciendo un agujero en la acera. El taladro perforador se encuentra 40 cm por debajo del nivel del suelo a las 9:17 minutos. Cuando volvemos un poco más tarde, a las 9:22 minutos ya se encuentra a 75 cm por debajo del nivel del suelo.

- a) Dibuja un esquema con los datos que da el problema. Sitúa el punto de referencia en el nivel del suelo.



- b) ¿Cuál es la posición inicial del taladro? ¿Y la posición final? (Esta pregunta se refiere a los dos instantes en los que he visto el taladro.)

Puesto que a las 9:17 es cuando vemos el taladro perforador por primera vez, la posición que ocupe en referencia al cero de altura que se ha marcado como el suelo, será la posición inicial del taladro. De igual forma, si posteriormente volvemos a pasar a las 9:22 y se encuentra en otra posición, será la posición final del taladro. Entonces

Posición inicial $\rightarrow -40 \text{ cm} = -0,4 \text{ metros}$

Posición final $\rightarrow -75 \text{ cm} = -0,75 \text{ metros}$

¿Por qué el signo negativo? Esto es debido a que el nivel cero de altura lo hemos puesto en la acera, por tanto, si descendemos el signo de la altura es negativo, sin embargo, si ascendemos, la altura se tomará positiva.

- c) ¿Cuánto vale el desplazamiento? Interpreta su signo.

El desplazamiento se define como $\Delta s = s_{final} - s_{inicial}$ y no tiene por que coincidir con el espacio recorrido, es más, sólo son iguales en el caso de movimientos rectilíneos y que además no retrocedan. Bien, teniendo en cuenta la respuesta del anterior apartado nos queda:

$$s = s_{final} - s_{inicial} = -0,75 - 0,4 = -0,35 \text{ metros}$$

La interpretación del signo es la misma que en el caso anterior, el desplazamiento nos indica en este caso que hemos profundizado más, la posición final está más baja que la posición inicial.

- d) ¿Cuánto vale la velocidad? Interpreta su signo.

Para hallar la velocidad con los datos que debemos encontrar la velocidad media del taladro,

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_{final} - y_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}} = \frac{-0,35}{300} = -1,16 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s}$$

Los 300 segundos se corresponden con los 5 minutos que transcurren desde que veo el taladro por primera vez hasta la segunda, esto es, el tiempo que transcurre entre la posición inicial y final.

- e) Escribe la ecuación del movimiento del taladro, sustituyendo en $x = v \cdot t + x_0$.

Sustituyendo nos queda,

$$y = -1,16 \cdot 10^{-3}t - 0,4$$

- f) Calcula dónde se encontrará el taladro a las 9:30.

A partir de la ecuación del movimiento del taladro podemos conocer a que profundidad se encontrará el taladro y en que momento. En este caso, desde las 9:17 horas hasta las 9:30 han pasado 13 minutos, esto es, manejando siempre los datos en el S.I. de unidades, 780 segundos. Por tanto,

$$y = -0,4 - 1,16 \cdot 10^{-3}t = -0,4 - 1,16 \cdot 10^{-3} \cdot 780 = 1,31 \text{ metros}$$

- g) Calcula a qué hora comenzó a perforar el taladro

Para conocer a que hora comenzó el taladro, ¡¡pensamos!!, empeco a taladrar cuando la punta del taladro se encuentra a una altura 0, $y = 0$,

$$y = -0,4 - 1,16 \cdot 10^{-3}t \Rightarrow 0 = -0,4 - 1,16 \cdot 10^{-3} \cdot t \Rightarrow t = 344,8 \text{ segundos}$$

Pasandolo a horas y minutos, el taladro comenzó a taladrar a las 9 horas 11 minutos 15,2 segundos

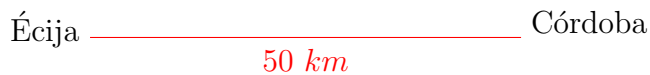
3 Un traficante sale de Écija a 100 km/h en dirección a Córdoba. Diez minutos más tarde sale la policía en su persecución a 120 km/h .

a) ¿Cuál es la posición inicial del traficante en el momento de salir la policía?

Hacemos primero un dibujo de la situación física del problema para que nos ayude a comprender lo que nos piden y que nos abra un poco el camino para resolver el problema.

$$v_t = 100 \text{ km/h} = \underline{27,7 \text{ m/s}}; t = +10 \text{ min}$$

$$v_p = \underline{120 \text{ km/h}} = 33,3 \text{ m/s}$$



Como vemos es una persecución en el que uno de los coches sale 10 minutos antes que el otro, por tanto, el que sale primero habrá recorrido una distancia (que podemos llamar inicial) antes de que el segundo coche salga en su persecución. Lo siguiente que hay que hacer es poner la ecuación del movimiento para los dos coches, si denotamos con el subíndice t al coche del traficante y el subíndice p el de la policía y puesto que el enunciado no nos dice nada que nos pudiera dar a entender la existencia de aceleraciones, ambos movimientos son rectilíneos y uniformes,

$$s_t = s_{0t} + v_t \cdot t \implies s_t = 27,7(t + 600)$$

$$s_p = s_{0p} + v_p \cdot t \implies s_p = 33,3t$$

Tenemos que tener en cuenta que tomamos como origen de tiempos, esto es, $t = 0$ segundos, cuando la policía inicia la persecución con el traficante (los 600 segundos que aparecen en la ecuación del movimiento del traficante se corresponden con los 10 minutos que llevan de ventaja sobre la policía). Por tanto, cuando esto sucede, la posición inicial del traficante en el momento de salir la policía es de,

$$s_t = 27,7(t + 600) \xrightarrow{t=0} s_t = 27,7 \cdot 600 = 16620 \text{ metros} = 16,620 \text{ km}$$

b) Escribe las ecuaciones de movimiento del traficante y del policía.

Ya están escritas en el apartado anterior. Sin embargo es preciso que nos demos cuenta de dos cosas, la primera es que tenemos dos ecuaciones del movimiento y la segunda, que tenemos tres incógnitas, s_t , s_p y t .

c) ¿Cuántos minutos tardará la policía en alcanzar al traficante? ¿Lo alcanzará antes de llegar a Córdoba (50 km)?

En el momento que tiene lugar el alcance la posición de ambos coches es la misma, esto es, $s_t = s_p$, por tanto, de las tres incógnitas que teníamos tan sólo nos quedan dos y dos ecuaciones, se resuelve por igualación,

$$27,7(t + 600) = 33,3t \rightarrow t = 2967,85 \text{ segundos}$$

Para saber si lo alcanzará antes de llegar a Córdoba cogemos el tiempo que ha tardado en darle caza y lo sustituimos en la ecuación del movimiento del coche de la policía y vemos si en ese tiempo, ha recorrido una distancia menor de 50 kilómetros.

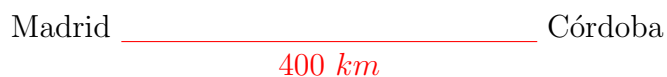
$$s_p = 33,3t = 33,3 \cdot 2967,85 = 98829 \text{ metros} = 98,829 \text{ kilómetros.}$$

4 Un camionero sale de Madrid en dirección a Córdoba a las 15:00 horas, a 90 km/h. A las 15:30 sale otro camionero de Córdoba en sentido contrario, a 100 km/h. ¿Cuánto tiempo tardarán en cruzarse? Si de Madrid a Córdoba hay 400 km, en el momento de cruzarse ¿estarán más cerca de Córdoba o de Madrid?

Como siempre, primero el dibujo esquemático de la situación que nos propone el problema.

$$v_m = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}; t = +30 \text{ min}$$

$$v_c = 100 \text{ km/h} = 27,7 \text{ m/s}$$



Es un problema típico de encuentro, lo único que hay que tener en cuenta es que uno de los camiones sale con retraso (o uno sale con adelanto) y esto lo tenemos que incorporar en las ecuaciones del movimiento. Para plantear las

ecuaciones del movimiento tenemos que saber que se trata de un movimiento uniforme (el enunciado no dice, implícita ni explícitamente, que hubiera aceleración) y que la distancia Madrid-Córdoba es de 400 km. Por tanto, las ecuaciones del movimiento de ambos camiones son,

$$s_m = s_{0m} + v_m t = 25(t + 1800)$$

$$s_c = s_{0c} + v_c t = 400000 - 27,7t$$

NOTA: Todas las magnitudes hay que expresarlas en el S.I. de unidades. Al camión que sale de Madrid le hemos puesto 1800 segundos por salir antes que el de Córdoba y al de Córdoba le ponemos con velocidad negativa por que en nuestro sistema de referencia los movimiento de derecha a izquierda se toman negativos.

Llegados a este punto podemos resolverlo de dos maneras (todos los caminos llegan a Roma). La primera, el punto donde se van a encontrar distará lo mismo para ambos camiones de Madrid (origen de espacios) y por tanto podemos tomar $s_m = s_c$; si resolvemos este sistema encontramos el tiempo que van a tardar en encontrarse. La segunda forma de resolverlo involucraría al tiempo, ¿cómo?, bien, queda claro que el origen de tiempos viene marcado por el camión que sale de Córdoba, pues eso quiere decir que en el momento que se encuentren habrá transcurrido el mismo tiempo para ambos, entonces habría que despejar el tiempo de las dos ecuaciones e igualarlas, de esta forma, hablaríamos donde se van a encontrar.

Como en clase hemos hecho este problema igualando el tiempo, aquí lo vamos a resolver igualando los espacios, vosotros en casa intentar resolverlo igualando el tiempo para ver que los resultados son los mismo.

$$s_m = s_c \implies 25(t + 1800) = 400000 - 27,7t$$

$$t = 6736,2 \text{ segundos} = 1 \text{ h } 52 \text{ min } 16,2 \text{ s}$$

Una vez que tenemos el tiempo, para saber donde se encuentran, basta con poner este tiempo en cualquiera de las dos ecuaciones para saber en que punto del camino se han encontrado.

$$s_m = 25(t + 1800) \xrightarrow{t=6736,2 \text{ s}} s_m = 213406 \text{ m} = 213,406 \text{ km}$$

$$s_c = 400000 - 27,7t \xrightarrow{t=6736,2 \text{ s}} s_c = 213406 \text{ m} = 213,406 \text{ km}$$

Como vemos, por poco más de 13 kilómetros, se encuentran más cerca de Córdoba. Un detalle, ambos se han encontrado en este punto kilométrico entre Madrid y Córdoba pero ¿Cuál sería el espacio recorrido por cada camión?, el de Madrid es facil, es justo esa distancia, pero el de Córdoba no ha recorrido esa distancia, a recorrido la que va desde Córdoba hasta ese punto, 186,594 kilómetros.

- 5 Un avión inicia el aterrizaje a 240 km/h . ¿Qué longitud mínima (en metros) deberá tener la pista de aterrizaje, si la aceleración de los frenos es $4,5 \text{ m/s}^2$?

Estamos ante un movimiento desacelerado y por tanto hay que tener en cuenta las ecuaciones del M.R.U.A.. Como nos preguntan el espacio que tiene que tener la pista de aterrizaje y nos dan como datos la aceleración de frenada y las velocidades iniciales y finales (la final es cero puesto que el avión se tiene que parar), podemos usar directamente la expresión que relaciona estas variables o hallar el tiempo de frenada con la expresión $v = v_0 + at$ y posteriormente hallar el espacio que recorre en ese tiempo. $240 \text{ km/h} = 66,6 \text{ m/s}$.

$$v_f^2 = v_0^2 + 2as \rightarrow 0 = 66,6^2 - 2 \cdot 4,5 \cdot s \rightarrow s = 492,8 \text{ metros}$$

- 6 Un coche viaja 50 m por detrás de un camión sin respetar la distancia de seguridad. Ambos se mueven a 120 km/h . De repente, el camión frena con una aceleración de 8 m/s^2 . El conductor del coche tarda $0,35$ segundos en reaccionar, y su coche frena con una aceleración de 6 m/s^2 .
- ¿Qué distancia separa ambos vehículos en el momento de empezar a frenar el coche, una vez transcurrido el tiempo de reacción?
 - ¿Qué velocidad lleva el camión en ese momento?
 - ¿Qué distancia necesitarían el camión y el coche para detenerse por completo, sin tener en cuenta el tiempo de reacción?
 - ¿Cuántos segundos tarda el coche en chocar contra el camión, sin tener en cuenta el tiempo de reacción?

- e) ¿A qué velocidad viajan el coche y el camión en el momento de chocar, en km/h ?

$$v_{co} = \underline{33,3m/s}; t = +0,35 s$$

$$v_{ca} = \underline{33,3m/s}$$

$$\underline{50 m}$$

La situación es clara, un coche va detrás de un camión, el camión frena y desde que lo ve el conductor del coche hasta que reacciona y pisa el freno transcurren $0,35 s$, durante ese tiempo el coche se mueve con un M.R.U. pero el camión realiza un M.R.U.A. ($a = -8 m/s^2$), pasados esos $0,35 s$ ambos realizan un M.R.U.A. (con aceleración negativa).

Como siempre, primero ecuación del movimiento de ambos móviles,

CAMIÓN

$$s_{ca} = s_{0ca} + v_{ca} \cdot t - \frac{1}{2} a_{ca} \cdot t^2 \implies s_{ca} = 50 + 33,3t - 4t^2$$

Tomamos como origen de espacios y de tiempos la posición y el momento del coche cuando ve la luz de freno del camión, por tanto, el espacio inicial que tiene el camión es de 50 metros.

COCHE

Primeros $0,35$ segundos

$$s_{co} = s_{0co} + v_{co} \cdot t \implies s_{co} = 33,3t$$

Posterior a $0,35$ segundos

$$s_{co} = s_{0co} + v_{co} \cdot t - \frac{1}{2} a_{co} \cdot t^2 \implies s_{co} = 33,3t - 3t^2$$

- a) En el momento de frenar el coche, han transcurrido 0,35 segundos, este tiempo se introduce en las correspondientes ecuaciones del movimiento y veos cuál es el espacio que les separa,

$$s_{ca} = 50 + 33,3t - 4t^2 \xrightarrow{t=0,35\text{ s}} s_{ca} = 61,16\text{ m}$$

$$s_{co} = 33,3t \xrightarrow{t=0,35\text{ s}} s_{co} = 11,65\text{ m}$$

Exactamente les separan $d = 61,235 - 11,72 = 49,515\text{ m}$

- b) La velocidad del camión en ese momento es de,

$$v_{ca} = v_0 + at = 33,3 - 8t \xrightarrow{t=0,35\text{ s}} v_{ca} = 30,5\text{ m/s}$$

- c) Fijaros que nos dice sin tener en cuenta el tiempo de reacción, entonces, en todo momento tenemos un M.R.U.A,

$$v_{ca}^2 = v_{0ca}^2 + 2as = 33,3^2 - 16s \xrightarrow{v_{ca}=0} s_{ca} = 69,3\text{ metros}$$

Para este espacio que hemos hallado hay que sumarle los 50 metros que lleva de ventaja sobre el coche, por tanto, desde nuestro sistema de referencia, el camión se parará a los 119,3 metros

$$v_{co}^2 = v_{0co}^2 + 2as = 33,3^2 - 12s \xrightarrow{v_{co}=0} s_{co} = 92,4\text{ metros}$$

Como vemos, podemos pensar que ambos vehículos no van a chocar puesto que la distancia que recorre en su frenada el coche es menor que la del camión, pero que choquen o no depende de la deceleración que tiene uno u otro, dicho de otra forma, la rapidez con que ambos móviles disminuyen su velocidad.

En este mismo apartado podemos hallar el tiempo que tarda cada móvil en pararse. Con la expresión $v = v_0 + at$ y poniendo cero en la velocidad final, nos encontramos que el tiempo que necesita cada móvil para pararse es de, $t_{ca} = 4,16$ segundos y $t_{co} = 5,55$ segundos.

- d) Tomando las ecuaciones del movimiento para cada móvil, tenemos

$$s_{ca} = 50 + 33,3t - 4t^2$$

$$s_{co} = 33,3t - 3t^2$$

En el momento que choquen (es una persecución), ambos se encontraran en la misma posición, esto es, $s_{co} = s_{ca}$, entonces

$$33,3t - 3t^2 = 50 + 33,3t - 4t^2 \Rightarrow t = 7,07 \text{ segundos}$$

Como vemos el tiempo para encontrarse es mayor que el tiempo de frenada de cada vehículo, por tanto, el coche nunca chocará con el camión.

e) Los vehículos no colisionan.

7 Puede parecer que chocar a 40 km/h contra un obstáculo es poco dañino, pero no es así, especialmente para los motoristas. Calcula desde qué altura debe dejarse caer una persona para estrellarse a esa velocidad contra el suelo. Si suponemos que cada piso de un edificio son 3 m de altura, ¿a cuántas plantas equivale dicha altura? ¿De verdad crees que 40 km/h es una velocidad inofensiva?

Estamos ante un problema de caída libre en el que cambiamos de nomenclatura para las ecuaciones de un M.R.U.A, esto es, espacio s por altura h y aceleración a por la aceleración de la gravedad g , el resto es idéntico a las expresiones que caracterizan un movimiento uniformemente acelerado. **NOTA: El valor de la gravedad se debe tomar negativo para movimientos ascendentes y positivo para movimientos descendientes.**

Por tanto, tenemos que conocer la altura a la que hay que dejar caer un objeto para que al chocar contra el suelo lleve una velocidad de $40 \text{ km/h} = 11,11 \text{ m/s}$.

Primero debemos conocer cuál es el tiempo que tarda en caer un objeto en caída libre ($v_0 = 0 \text{ m/s}$) por acción de la gravedad, tomando $g = 9,8 \text{ m/s}^2$;

$$v = v_0 + gt \rightarrow t = \frac{v}{g} = 1,13 \text{ s}$$

Con este dato podemos hallar la altura a la que se debe dejar caer el objeto,]

$$h = h_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2 = 6,29 \text{ metros}$$

Si la altura de cada piso es de 3 metros, el objeto se debe dejar caer desde el segundo piso y no creo que nadie quiera saltar desde un segundo piso, por tanto, si vais en moto, siempre llevar casco y ropa adecuada.

- 8 ¿Qué aceleración debe tener un avión Airbus para despegar en una pista de 2500 m, si necesita alcanzar una velocidad de 300 km/h?

$$v = 300 \text{ km/h} = 83,3 \text{ m/s}$$

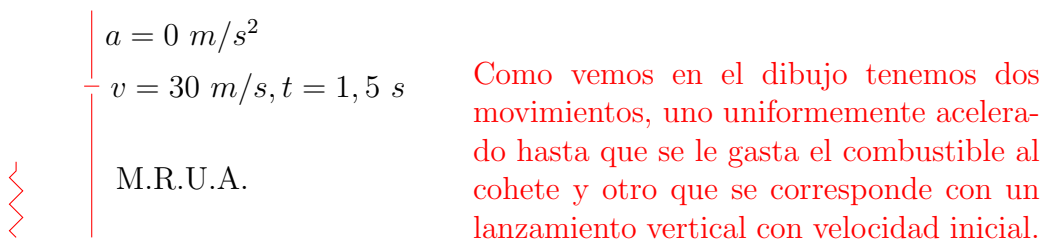


Nos están pidiendo la aceleración necesaria para que un avión Airbus pueda despegar. Como datos nos dan la velocidad final que debe tener el avión y la pista que tiene para lograr adquirir esa velocidad. Utilizando la expresión que relaciona la velocidad con el espacio para un movimiento uniformemente acelerado tenemos resuelto el problema,

$$v^2 = v_0^2 + 2as \implies a = \frac{v^2}{2s} = \frac{(83,3)^2}{2 \cdot 2500} = 1,38 \text{ m/s}^2$$

- 9 Durante la primera parte del lanzamiento de un cohete, el movimiento es acelerado, alcanzando los 30 m/s en 1,5 segundos. Una vez agotado el combustible, el cohete se va frenando hasta alcanzar su altura máxima.

- a) ¿Qué aceleración tiene el cohete en su primera parte del movimiento?
- b) ¿A qué altura se le acaba el combustible?
- c) ¿Qué altura máxima alcanza, contando desde el punto de lanzamiento?



- a) Para hallar la aceleración que tiene el cohete hacemos uso de la expresión matemática que relaciona la velocidad con el tiempo para un M.R.U.A.

$$v = v_0 + at \implies a = \frac{v}{t} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ m/s}^2$$

- b) Para hallar a que altura se acaba el combustible y por tanto, la primera parte del movimiento, (M.R.U.A.), tomamos la expresión espacio-tiempo para este movimiento teniendo en cuenta que $h_0 = 0 \text{ m}$ y $v_0 = 0 \text{ m/s}$. **NOTA: Fijaros que aquí no estamos utilizando la gravedad puesto que el cohete tiene una aceleración propia y además, esta aceleración es positiva.**

$$h = h_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \implies h = \frac{1}{2}at^2 = 22,5 \text{ metros}$$

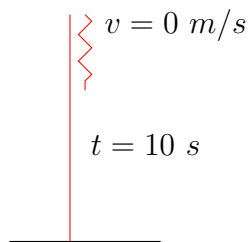
- c) Bien, cuando el cohete gasta el combustible, ha adquirido una altura y una velocidad, a partir de ese momento, la gravedad empieza a atraer el cohete hasta que la velocidad del cohete se haga cero, pero en ese tramo el cohete esta aumentando de altura y esa altura que gana el cohete en este segundo movimiento es lo que tenemos que hallar.

Antes de ponernos a querer calcular la altura no esta de más que pensemos un poco y hallemos el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima para este intervalo.

$$v_f = v_0 - gt \longrightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{30}{9,8} = 3,06 \text{ m/s}$$

$$h = h_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = 22,5 + 30 \cdot 3,06 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (3,06)^2 = 67,48 \text{ metros}$$

- 10 Un cuerpo que se deja caer libremente desde cierta altura, tarda 10 segundos en llegar al suelo.
- ¿Desde qué altura se dejó caer?.
 - ¿Cuál es su velocidad cuando llega al suelo?.



- a) Tenemos una caída libre en el que nos dan el tiempo que tarda en caer el objeto. Tomando $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

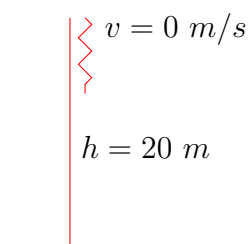
$$h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow h = 490 \text{ metros}$$

b)

$$v = v_0 + gt \rightarrow v = 9,8 \cdot 10 = 98 \text{ m/s}$$

11 Se deja caer una pelota desde una altura de 20 metros.

- a) ¿Cuánto tarda en llegar al suelo?
b) ¿Con qué velocidad llega?.



- a) Esta es otra caída libre pero que nos dan la altura desde la que parte el objeto. Tomando $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2 \text{ segundos}$$

b)

$$v = v_0 + gt \rightarrow v = 9,8 \cdot 2 = 19,79 \text{ m/s}$$

12 Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de 30 m/s . Halla:

- a) Posición que ocupa y velocidad al cabo de 1 segundo.
b) La altura máxima que alcanza y el tiempo empleado.
c) Velocidad cuando llega al suelo y tiempo total empleado.
d) ¿Qué relación hay entre los tiempos calculados en los apartados b y c?
e) ¿Cómo son las velocidades de partida y de llegada?.

$$v = 0 \text{ m/s}$$



- a) En esta ocasión tenemos un lanzamiento vertical, las ecuaciones del movimiento serán,

$$h = h_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow$$

$$\underbrace{\left\{ \begin{array}{l} v = 30 \text{ m/s} \end{array} \right.}$$

$$t_{1s} \rightarrow h = 30 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 1^2 = 25,1 \text{ metros}$$

y la velocidad al cabo de 1 segundo,

$$v_{1s}^2 = v_0^2 - 2gh_{1s} \rightarrow v_{1s} = 20,2 \text{ m/s}$$

- b) La altura máxima la alcanzará cuando $v = 0 \text{ m/s}$, por tanto,

$$v = v_0 - gt \rightarrow t = \frac{v_0}{g} = 3,06 \text{ s}$$

$$h_{max} = h_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow h_{max} = 30 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 3^2 = 45,9 \text{ metros}$$

- c) Ahora nuestro problema se ha convertido en un problema típico de caída libre, por tanto para hallar la velocidad con la que llega al suelo primero tenemos que saber cuanto tiempo tarda en llegar al suelo,

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{9,8}} = 3,03 \text{ segundos}$$

$$v = v_0 + gt = 9,8 \cdot 3,03 = 29,8 \text{ m/s}$$

El tiempo total empleado será la suma entre el tiempo de subida y el tiempo de bajada, $t_{total} = 6,09$ segundos.

- d) y e) Como podemos observar los tiempos de subida y bajada son prácticamente iguales al igual que las velocidades. Esto es consecuencia de ser un problema simétrico y en el cuál sólo actúan campos conservativos.

13 Una rueda de 80 cm de radio da dos vueltas y media. Expresa el ángulo que ha girado en radianes y calcula la longitud del arco descrito por un punto de la periferia de la rueda.

Puesto que la rueda gira dos vueltas y media y sabemos la relación entre vueltas (ciclos o revoluciones) y radianes, el ángulo que ha descrito será,

$$1 \text{ vuelta} \rightarrow 2\pi \text{ radianes} \implies 2 \text{ vueltas} \frac{1}{2} = 5\pi \text{ radianes}$$

De igual forma, sabemos que la longitud de una circunferencia viene dada por $l = 2\pi r$, donde r es el radio de la circunferencia, en nuestro caso $r = 0,8$ metros, tenemos que,

$$2 \text{ vueltas} \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \text{ vueltas} \rightarrow l = (2\pi r) \cdot \frac{5}{2} = 12,56 \text{ metros}$$

- 14 Un disco gira a 33 r.p.m. (revoluciones por minuto). Expresa la velocidad angular en rad/s . Calcula la velocidad lineal de un punto de la periferia si su radio es de 15 cm.

La velocidad angular ya me la están dando, lo que me están pidiendo es la velocidad angular expresada en rad/s ,

$$33 \frac{rev}{min} \cdot \frac{2\pi rad}{1 rev} \cdot \frac{1 min}{60 s} = 1,1\pi \frac{rad}{s}$$

La velocidad lineal y la velocidad angular se relacionan mediante la expresión $v = \omega \cdot r$, donde r es el radio del movimiento circular, en este caso del disco $r = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ metros}$, por tanto,

$$v = \omega \cdot r = 1,1\pi \cdot 0,15 = 0,51 \frac{m}{s}$$

- 15 Un disco gira a 45 r.p.m. ¿Cuál es la velocidad lineal y angular de un punto situado a 10 cm del centro?. ¿Y de uno situado a 15 cm del centro?. ¿Cuál de los dos puntos tiene velocidad lineal mayor?. ¿Por qué?.

Primero pasamos a rad/s la velocidad angular del disco y posteriormente hallamos la velocidad lineal en cada caso,

$$45 \frac{rev}{min} \cdot \frac{2\pi rad}{1 rev} \cdot \frac{1 min}{60 s} = 1,5\pi \frac{rad}{s}$$

$$r = 0,10 \text{ m} \implies v = \omega \cdot r = 0,47 \text{ m/s}$$

$$r = 0,15 \text{ m} \implies v = \omega \cdot r = 0,70 \text{ m/s}$$

Tenemos que tener en cuenta que la velocidad angular es la misma puesto que se trata de un movimiento circular uniforme, cuya característica es que la velocidad angular es constante en todo el movimiento. Sin embargo, como podemos observar la velocidad lineal no es constante, depende del radio, $v_{15 \text{ cm}} > v_{10 \text{ cm}}$. Esto es debido a que el radio vector debe barrer áreas iguales en tiempos iguales y por tanto, cuanto más nos alejamos del centro de la circunferencia mayor es la velocidad lineal.