

---

FÍSICA Y QUÍMICA  
4º ESO

I. QUÍMICA

**II. FÍSICA**

Cinemática

Prof. Jorge Rojo Carrascosa

---

# Índice general

<b>1. CINEMÁTICA</b>	<b>2</b>
1.1. ELEMENTOS PARA LA DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO . . .	2
1.1.1. VECTOR DE POSICIÓN ( $\vec{r}$ ) . . . . .	3
1.1.2. VECTOR DESPLAZAMIENTO ( $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ ) . . . . .	3
1.1.3. TRAYECTORIA . . . . .	3
1.1.4. DISTANCIA O ESPACIO RECORRIDO, $s$ . . . . .	3
1.1.5. VELOCIDAD, $\vec{v}$ . . . . .	3
1.1.6. ACELERACIÓN, $\vec{a}$ . . . . .	4
1.2. MOVIMIENTOS DE INTERÉS . . . . .	5
1.2.1. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU) . . . . .	5
1.2.2. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACE- LERADO (MRUA) . . . . .	6
1.2.2.1. CAÍDA LIBRE . . . . .	7
1.2.2.2. TIRO VERTICAL . . . . .	7
1.2.3. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU) . . . . .	7
1.2.4. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACELE- RADO (MCUA) . . . . .	8
1.3. PROBLEMAS RESUELTOS . . . . .	9

# Capítulo 1

## CINEMÁTICA

La cinemática estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que los producen. Por tanto, tan sólo se ocupa de los aspectos externos como son el desplazamiento, el espacio recorrido, la velocidad o la aceleración.

Un cuerpo se mueve cuando cambia de posición con relación a otro que se toma como referencia. Por tanto, para describir el movimiento de cualquier cuerpo hay referirlo a un **sistema de referencia**. Los sistemas de referencia suelen ser los ejes cartesianos. A la hora de elegir un sistema de referencia podemos hacerlos de varios modos, por ejemplo para describir el movimiento de una moto podemos elegir un sistema de referencia con el origen desde donde comenzó el movimiento o un sistema de referencia solidario con la moto, esto es, que viaja con la moto. Por tanto, un mismo movimiento es distinto desde sistemas de referencias distintos, de ahí que todos los movimientos son relativos ya que dependen del observador (del sistema de referencia).

Cuando dos sistemas de referencia se mueven con velocidad constante o nula se dice que son sistemas de referencia inerciales; si la velocidad entre ellos no es constante, por que existan movimientos de traslación no uniforme o con movimiento de rotación, tenemos los llamados sistemas de referencia inerciales (masas de aire, satélites artificiales, olas marinas,...)

### 1.1. ELEMENTOS PARA LA DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO

En el estudio del movimiento hay que conocer que significan y como se aplican las distintas magnitudes físicas del movimiento:

### 1.1.1. VECTOR DE POSICIÓN ( $\vec{r}$ )

Es el vector que tiene su origen en el origen del sistema de referencia y el extremo en la posición del móvil. Un cuerpo se mueve cuando cambia su vector de posición con el tiempo. Por tanto el vector de posición depende del tiempo,

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \rightarrow \vec{r}(t) = (x(t)\vec{u}_x, y(t)\vec{u}_y, z(t)\vec{u}_z)$$

$\vec{u}_x, \vec{u}_y$  e  $\vec{u}_z$  son los vectores unitarios a lo largo de los ejes cartesianos  $x, y, z$  respectivamente. Estos vectores, como ya sabemos, toman los valores  $\vec{i}, \vec{j}$  y  $\vec{k}$ , por tanto,  $\vec{r}$  nos queda:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \rightarrow \vec{r}(t) = (x(t)\vec{i}, y(t)\vec{j}, z(t)\vec{k})$$

### 1.1.2. VECTOR DESPLAZAMIENTO ( $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ )

Es el vector que une dos vectores de posición. No es lo mismo que el espacio o la distancia recorrida por el móvil.

### 1.1.3. TRAYECTORIA

Es la línea que une las distintas posiciones que describe un cuerpo cuando se mueve,  $\sum_i \vec{r}_i$ .

### 1.1.4. DISTANCIA O ESPACIO RECORRIDO, $s$

Es un escalar que mide la longitud de la trayectoria recorrida por el móvil. Si la trayectoria es una recta, el espacio coincide con el módulo del desplazamiento siempre y cuando no haya habido cambios de sentido.

### 1.1.5. VELOCIDAD, $\vec{v}$

Es la magnitud que mide la rapidez con la que se hace el movimiento y tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento. La velocidad media viene definida por,

$$\vec{v}_m = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{intervalo tiempo}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

al depender del vector desplazamiento, la velocidad media también es un vector. Si tomamos el límite funcional en el que el intervalo de tiempo tiende a cero, se obtiene la velocidad instantánea,

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \rightarrow \vec{v}(t) = (v_x(t), v_y(t), v_z(t)) \rightarrow |v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

La velocidad instantánea mide la rapidez con la que se produce el movimiento en un instante dado de su trayectoria. La velocidad se mide en  $[v] = \frac{L}{T} = \frac{m}{s}$ . Cualquiera que sea el movimiento la velocidad se puede expresar en función del vector unitario tangencial al movimiento, provocando que la velocidad tenga como dirección, la tangente a la curva en cualquier punto y sentido el del movimiento.

$$\vec{v} = v\vec{u}_T$$

### 1.1.6. ACELERACIÓN, $\vec{a}$

Es la magnitud que mide la rapidez con la que cambia de velocidad un móvil (tanto en valor como en dirección) y la dirección en la que se produce ese cambio. El vector aceleración media viene definida por,

$$\vec{a}_m = \frac{\text{intervalo velocidad}}{\text{intervalo tiempo}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Si tomamos el límite funcional en el que el intervalo de tiempo tiende a cero, tenemos el vector aceleración instantánea,

$$\vec{a}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2r(t)}{dt^2} \rightarrow \vec{a}(t) = (a_x(t), a_y(t), a_z(t)) \rightarrow |a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

La aceleración se mide en  $[a] = \frac{L}{T^2} = \frac{m}{s^2}$

Haciendo uso de la definición de la velocidad en la dirección del vector tangencial,  $\vec{v} = v\vec{u}_T$ , la aceleración nos queda,

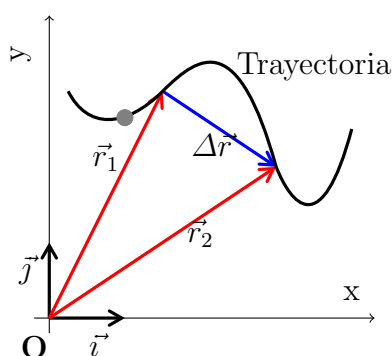
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv\vec{u}_T}{dt} = v \frac{d\vec{u}_T}{dt} + \frac{dv}{dt} \vec{u}_T$$

En el caso de un movimiento rectilíneo  $\frac{d\vec{u}_T}{dt} = 0$  y la trayectoria es una recta, la aceleración se llama **aceleración tangencial** y es un vector de módulo  $\frac{dv}{dt}$ , y dirección y sentido los de  $\vec{u}_T$ . Por otro lado, si el módulo de la velocidad permanece constante,  $\frac{dv}{dt} = 0$ , y tenemos un movimiento circular con velocidad constante (MCU).

Sin embargo, si el movimiento es curvilíneo y además, el módulo de la velocidad no es constante, tenemos que la aceleración tiene dos componentes, denominadas intrínsecas, cada una paralela a un vector unitario distinto. Quedando:

$$\vec{a} = \vec{u}_T \frac{dv}{dt} + \vec{u}_N \frac{v^2}{R} \Rightarrow \boxed{a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}}$$

El primer término es la **aceleración tangencial**, cuyo vector es tangente a la curva y es proporcional al cambio con respecto al tiempo de la magnitud velocidad. El segundo término es la **aceleración normal**, es un vector normal a la curva y por tanto, asociado al cambio en la dirección, ya que se corresponde con  $\frac{d\vec{u}_T}{dt}$ .



## 1.2. MOVIMIENTOS DE INTERÉS

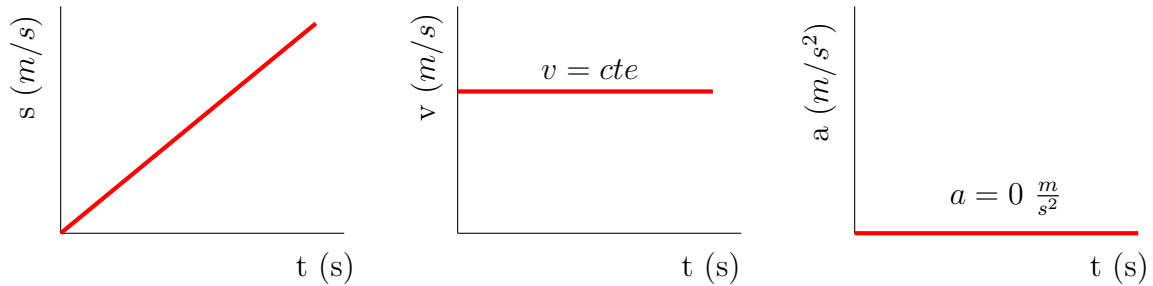
### 1.2.1. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

Como su nombre indica, su trayectoria es una recta. Este tipo de movimiento tiene lugar cuando no existe aceleración, por tanto, la velocidad es uniforme, es decir, contante tanto en módulo como en dirección. Si no existen cambios de sentido coinciden el desplazamiento y el espacio recorrido.

Puesto que la aceleración es nula,  $a = 0$ , y la velocidad es constante, la única variable cinemática que cambia es la posición del móvil respecto del origen del sistema de referencia, expresado de otra manera, la distancia al origen del sistema de referencia.

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow \boxed{s = s_0 + v(t - t_0)}$$

Donde  $s_0$  la distancia inicial a la que se encuentra el móvil y  $t_0$  el tiempo a partir del cual el móvil ha iniciado su movimiento, siendo normalmente  $t_0 = 0$ .



### 1.2.2. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MRUA)

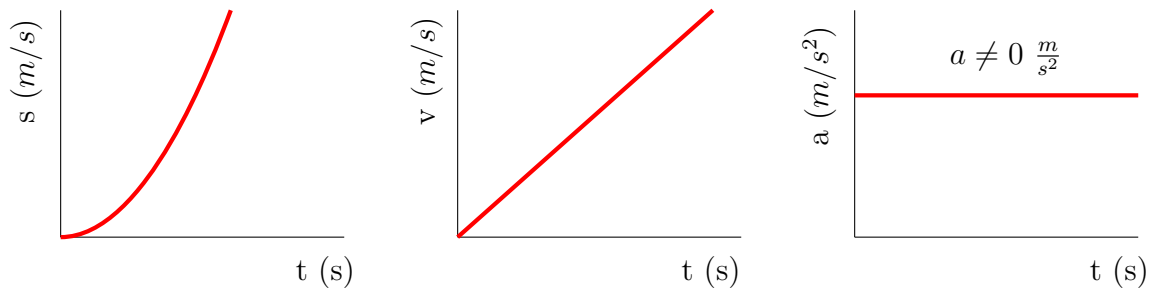
En este caso tenemos al móvil sometido a una fuerza constante cuya aceleración es constante, la velocidad cambia en módulo:

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow \boxed{v = v_0 + a(t - t_0)}$$

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow \boxed{s = s_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2}$$

Despejando el tiempo en una de las ecuaciones y sustituyendo, tenemos:

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0)}$$



La caída libre o el tiro vertical son dos modelos más del movimiento MRUA, las leyes del movimiento son las mismas, tan sólo hay que realizar cambios de notación en sus expresiones, es decir, cambiamos de nombre al espacio por altura y a la aceleración por gravedad.

### 1.2.2.1. CAÍDA LIBRE

En este caso el cuerpo está sometido a la acción de la aceleración de la gravedad,  $g = -9,8 \text{ m/s}^2$ , donde la resistencia al aire se desprecia. La trayectoria es una línea recta. La aceleración de la gravedad se toma siempre negativa puesto que tiene sentido negativo al eje  $y$ . A partir de las ecuaciones del MRUA, las ecuaciones del movimiento quedan dadas por:

$$v = gt$$

$$h = h_0 + \frac{1}{2}gt^2$$

### 1.2.2.2. TIRO VERTICAL

Se llama así al movimiento de un cuerpo que se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de lanzamiento  $v_0$ . Al igual que en la caída libre la aceleración se toma negativa, es decir  $g = -9,8 \text{ m/s}^2$ , y la resistencia del aire sigue siendo nula. Quedando:

$$v = v_0 + gt$$

$$h = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$$

### 1.2.3. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

Se produce cuando un móvil describe una trayectoria circular con velocidad angular constante,  $\omega = \text{cte}$ . Esto se consigue aplicando una fuerza constante y constantemente perpendicular a la velocidad, sólo existe aceleración normal,  $a_n = \frac{v^2}{R}$

Al ser un movimiento circular, el espacio lineal carece de sentido y se utiliza el ángulo  $\theta$  o  $\varphi$  para describir su posición. El ángulo se mide en radianes, de ahí que la relación entre la magnitud espacial lineal y la angular sea,

$$s = \theta R$$

siendo  $R$ , el radio de la circunferencia que describe. La velocidad angular se define como el ángulo recorrido en la unidad de tiempo,

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

La velocidad angular,  $\omega$ , se mide en el sistema internacional de unidades en  $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ , aunque muchas veces se da en  $\text{rpm}$ . La relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular viene dada por  $v = \omega R$ . La ecuación del movimiento circular uniforme queda,



$$v = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = R\omega \rightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \boxed{\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0)}$$

El periodo, tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta, se relaciona con  $\omega$  mediante  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ , donde  $\nu$  es la frecuencia angular, número de vueltas que da un móvil en la unidad de tiempo, se mide en  $s^{-1}$ .

### 1.2.4. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACELERADO (MCUA)

En este caso la  $\omega \neq \text{constante}$  y se define la aceleración angular como,  $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ , de unidades  $[\alpha] = \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ .

El movimiento circular es un plano, la dirección de la velocidad angular permanece invariable. Quedándonos

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \rightarrow \boxed{\omega = \omega_0 + \alpha(t - t_0)}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2}$$

Las relaciones entre las aceleraciones lineales y angulares quedarán,

$$\boxed{a_t = \frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha}$$

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R}$$

### 1.3. PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un coche viaja  $50\text{ m}$  por detrás de un camión sin respetar la distancia de seguridad. Ambos se mueven a  $120\text{ km/h}$ . De repente, el camión frena con una aceleración de  $8\text{ m/s}^2$ . El conductor del coche tarda  $0,35$  segundos en reaccionar, y su coche frena con una aceleración de  $6\text{ m/s}^2$ .
- ¿Qué distancia separa ambos vehículos en el momento de empezar a frenar el coche, una vez transcurrido el tiempo de reacción?
  - ¿Qué velocidad lleva el camión en ese momento?
  - ¿Qué distancia necesitarían el camión y el coche para detenerse por completo, sin tener en cuenta el tiempo de reacción?
  - ¿Cuántos segundos tarda el coche en chocar contra el camión, sin tener en cuenta el tiempo de reacción?
  - ¿A qué velocidad viajan el coche y el camión en el momento de chocar, en  $\text{km/h}$ ?

$$v_{co} = \underline{33,3\text{ m/s}}; t = +0,35\text{ s}$$

$$v_{ca} = \underline{33,3\text{ m/s}}$$

---


$$\underline{50\text{ m}}$$

La situación es clara, un coche va detrás de un camión, el camión frena y desde que lo ve el conductor del coche hasta que reacciona y pisa el freno transcurren  $0,35\text{ s}$ , durante ese tiempo el coche se mueve con un M.R.U. pero el camión realiza un M.R.U.A. ( $a = -8\text{ m/s}^2$ ), pasados esos  $0,35\text{ s}$  ambos realizan un M.R.U.A. (con aceleración negativa).

Como siempre, primero ecuación del movimiento de ambos móviles,

#### CAMIÓN

$$s_{ca} = s_{0ca} + v_{ca} \cdot t - \frac{1}{2} a_{ca} \cdot t^2 \implies s_{ca} = 50 + 33,3t - 4t^2$$

Tomamos como origen de espacios y de tiempos la posición y el momento del coche cuando ve la luz de freno del camión, por tanto, el espacio inicial que tiene el camión es de 50 metros.

## COCHE

Primeros 0,35 segundos

$$s_{co} = s_{0co} + v_{co} \cdot t \implies s_{co} = 33,3t$$

Posterior a 0,35 segundos

$$s_{co} = s_{0co} + v_{co} \cdot t - \frac{1}{2}a_{co} \cdot t^2 \implies s_{co} = 33,3t - 3t^2$$

- a) En el momento de frenar el coche, han transcurrido 0,35 segundos, este tiempo se introduce en las correspondientes ecuaciones del movimiento y veos cuál es el espacio que les separa,

$$s_{ca} = 50 + 33,3t - 4t^2 \xrightarrow{t=0,35 \text{ s}} s_{ca} = 61,16 \text{ m}$$

$$s_{co} = 33,3t \xrightarrow{t=0,35 \text{ s}} s_{co} = 11,65 \text{ m}$$

Exactamente les separan  $d = 61,235 - 11,72 = 49,515 \text{ m}$

- b) La velocidad del camión en ese momento es de,

$$v_{ca} = v_0 + at = 33,3 - 8t \xrightarrow{t=0,35 \text{ s}} v_{ca} = 30,5 \text{ m/s}$$

- c) Fijaros que nos dice sin tener en cuenta el tiempo de reacción, entonces, en todo momento tenemos un M.R.U.A,

$$v_{ca}^2 = v_{0ca}^2 + 2as = 33,3^2 - 16s \xrightarrow{v_{ca}=0} s_{ca} = 69,3 \text{ metros}$$

Para este espacio que hemos hallado hay que sumarle los 50 metros que lleva de ventaja sobre el coche, por tanto, desde nuestro sistema de referencia, el camión se parará a los 119,3 metros

$$v_{co}^2 = v_{0co}^2 + 2as = 33,3^2 - 12s \xrightarrow{v_{co}=0} s_{co} = 92,4 \text{ metros}$$

Como vemos, podemos pensar que ambos vehículos no van a chocar puesto que la distancia que recorre en su frenada el coche es menor que la del camión, pero que choquen o no, depende de la deceleración que tiene uno u otro, dicho de otra forma, la rapidez con que ambos móviles disminuyen

su velocidad.

En este mismo apartado podemos hallar el tiempo que tarda cada móvil en pararse. Con la expresión  $v = v_0 + at$  y poniendo cero en la velocidad final, nos encontramos que el tiempo que necesita cada móvil para pararse es de,  $t_{ca} = 4,16$  segundos y  $t_{co} = 5,55$  segundos.

d) Tomando las ecuaciones del movimiento para cada móvil, tenemos

$$s_{ca} = 50 + 33,3t - 4t^2$$

$$s_{co} = 33,3t - 3t^2$$

En el momento que choquen (es una persecución), ambos se encontraran en la misma posición, esto es,  $s_{co} = s_{ca}$ , entonces

$$33,3t - 3t^2 = 50 + 33,3t - 4t^2 \Rightarrow t = 7,07 \text{ segundos}$$

Como vemos el tiempo para encontrarse es mayor que el tiempo de frenada de cada vehículo, por tanto, el coche nunca chocará con el camión.

e) Los vehículos no colisionan.

2. Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de  $30 \text{ m/s}$ . Halla:

- Posición que ocupa y velocidad al cabo de 1 segundo.
- La altura máxima que alcanza y el tiempo empleado.
- Velocidad cuando llega al suelo y tiempo total empleado.
- ¿Qué relación hay entre los tiempos calculados en los apartados b y c?.
- ¿Cómo son las velocidades de partida y de llegada?.

$$v = 0 \text{ m/s}$$



a) En esta ocasión tenemos un lanzamiento vertical, las ecuaciones del movimiento serán,

$$h = h_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow$$



$$v = 30 \text{ m/s}$$

$$t_{1s} \rightarrow h = 30 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 1^2 = 25,1 \text{ metros}$$

y la velocidad al cabo de 1 segundo,

$$v_{1s}^2 = v_0^2 - 2gh_{1s} \rightarrow v_{1s} = 20,2 \text{ m/s}$$

- b) La altura máxima la alcanzará cuando  $v = 0 \text{ m/s}$ , por tanto,

$$v = v_0 - gt \rightarrow t = \frac{v_0}{g} = 3,06 \text{ s}$$

$$h_{max} = h_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow h_{max} = 30 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 3^2 = 45,9 \text{ metros}$$

- c) Ahora nuestro problema se ha convertido en un problema típico de caída libre, por tanto para hallar la velocidad con la que llega al suelo primero tenemos que saber cuanto tiempo tarda en llegar al suelo,

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{9,8}} = 3,03 \text{ segundos}$$

$$v = v_0 + gt = 9,8 \cdot 3,03 = 29,8 \text{ m/s}$$

El tiempo total empleado será la suma entre el tiempo de subida y el tiempo de bajada,  $t_{total} = 6,09$  segundos.

- d) y e) Como podemos observar los tiempos de subida y bajada son prácticamente iguales al igual que las velocidades. Esto es consecuencia de ser un problema simétrico y en el cuál sólo actúan campos conservativos.

3. Un satélite artificial gira alrededor de un planeta en órbita de radio 7000 km y tarda 1,5 h en dar una vuelta completa. Calcula:

- La velocidad del satélite.
- La aceleración.
- El ángulo girado en 50 minutos.

- a) Puesto que la velocidad del satélite es constante,

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R}{t} = 8145 \text{ m s}^{-1}$$

- b) Al no existir cambio en la velocidad del satélite, sólo hay aceleración normal, la aceleración tangencial es constante.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = 9,5 \text{ m s}^{-2}$$

- c) Haciendo de la ecuación del movimiento para un movimiento circular y uniforme,

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t = 3,5 \text{ rad} = 200^\circ$$

Siendo  $\varphi_0 = 0$  y  $\omega = \frac{v}{R}$ .